第 40 卷第 11 期
2023 年 11 月
控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications
Vol. 40 No. 11
Nov. 2023

基于有限时间扰动观测器的水厂加矾系统二阶滑模控制

王冬生†, 张 鹏, 孙锦昊, 郭若寒, 蒋国平

(南京邮电大学 自动化学院 人工智能学院, 江苏 南京 210023)

摘要: 水厂絮凝沉淀过程具有强非线性、不确定性和参数时变等特点, 并且原水水质和水量突变等扰动容易对絮凝沉淀过程造成不利影响. 本文提出了一种基于有限时间扰动观测器的加矾系统二阶滑模控制设计方法. 首先, 文章采用带有非光滑项的二阶滑模控制方法设计加矾系统反馈控制; 然后, 文章设计有限时间扰动观测器对原水水质和水量突变等扰动, 以及絮凝沉淀过程强非线性、不确定性和参数时变等导致的模型不匹配进行估计, 估计结果作为前馈补偿与反馈控制相结合; 最后, 理论分析证明了基于有限时间扰动观测器的二阶滑模控制方法的稳定性. 仿真结果表明, 本文所提出的复合控制方法有效提升了加矾系统的鲁棒性和抗扰动性能.

关键词: 加矾控制; 有限时间扰动观测器; 二阶滑模控制; 抗扰动

引用格式: 王冬生, 张鹏, 孙锦昊, 等. 基于有限时间扰动观测器的水厂加矾系统二阶滑模控制. 控制理论与应用, 2023, 40(11): 1965 – 1971

DOI: 10.7641/CTA.2022.20462

Second-order sliding mode control based on finite-time disturbance observer for alum dosing system of water plant

WANG Dong-sheng†, ZHANG Peng, SUN Jin-hao, GUO Ruo-han, JIANG Guo-ping

(School of Automation, School of Artificial Intelligence,
Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing Jiangsu 210023, China)

Abstract: The flocculation and sedimentation process of water plant has the characteristics of strong nonlinearity, uncertainty and time-varying parameters, and disturbances of sudden changes in raw water quality and water flow are easy to adversely affect the flocculation and sedimentation process. This paper proposes a control design method of second-order sliding mode based on the finite-time disturbance observer for alum dosing system. First, the feedback control of alum dosing system is designed by second-order sliding mode control method with non-smooth terms. Then, a finite-time disturbance observer is designed to estimate disturbances of sudden changes in raw water quality and water flow, as well as model mismatch caused by strong nonlinearity, uncertainty, and time-varying parameters in the flocculation and sedimentation process. The estimation result is combined with feedback control as feedforward compensation. Finally, the theoretical analysis proves the stability of second-order sliding mode control method based on the finite-time disturbance observer. The simulation results show that the composite control method proposed in this paper effectively improves the robustness and anti-disturbance performance of alum dosing system.

Key words: alum dosing control; finite-time disturbance observer; second-order sliding mode control; anti-disturbance

Citation: WANG Dongsheng, ZHANG Peng, SUN Jinhao, et al. Second-order sliding mode control based on finite-time disturbance observer for alum dosing system of water plant. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(11): 1965 – 1971

1 引言

絮凝沉淀过程是水厂水质净化的重要环节, 与出厂水水质安全密切相关. 絮凝沉淀过程通过向原水中投加矾等絮凝剂去除原水中的悬浮杂质、胶体颗粒及附着于胶体颗粒上的细菌、病毒等有害物质. 依据美国联邦环保局饮用水病毒去除技术标准, 当滤后水浊度低于0.3 NTU时, 病毒去除率高达99%[1]. 加强对水厂加矾系统的有效控制, 严格限制沉淀池出水浊度, 有利于出厂水水质稳定和实现高品质饮用水目标.

专家学者们对加矾系统控制问题进行了大量的研究和实践, 提出了各种控制算法. 流动电流法[2]和透光率脉动法[3]通过流动电流值和透光率检测跟踪絮凝

收稿日期: 2022−05−29; 录用日期: 2022−12−22.
†通信作者. E-mail: wangdongsheng@njupt.edu.cn; Tel.: +86 18913939776.
本文责任编委: 李世华.
国家自然科学基金项目(52170001)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (52170001).

沉淀过程状态,据此调整加矾量,但是由于流动电流值和透光率是间接反应絮凝沉淀过程的相对值,而且对仪器的灵敏度和维护要求较高,影响了在实际应用中的效果.直接将沉淀池出水浊度作为被控变量来控制加矾量是目前加矾系统控制的主流.由于历史数据中包含了控制过程中的所有信息,数据驱动方法[4]可以通过对历史数据的训练获得控制器参数,数据驱动方法避免了传统控制方法对过程模型的依赖,但是历史数据信息的获取往往是不全面的,一定程度限制了数据驱动方法在实际应用中的推广.虽然絮凝沉淀过程难以精确建模,但仍然可以通过采用高级反馈控制和扰动估计等方法,对其过程模型不精确,以及水质、水量突变等因素作用下的扰动进行抑制.

滑模控制(sliding mode control, SMC)是强非线性控制问题中的一种有效方法,具有抗扰动性强、动态响应快、控制实现简单等优势.目前,已有许多相关理论和应用研究[5–7].文献[5]针对一类非线性积分系统,利用有限时间控制技术,提出了一种输入饱和情况下的全局有限时间控制方案.文献[6]提出了一种新颖的二阶滑模(second-order sliding model, SOSM)控制方法来处理具有不匹配项的滑模动力学,从而减少控制通道中的项.文献[7]提出了一种带有有限时间扰动观测器(finite-time disturbance observer, FDOB)的连续动态滑模控制器.在实际应用中,SOSM控制使滑动变量的选择更加灵活,而且也更容易消除振颤问题.FDOB能够对扰动和过程不确定性进行估计,并通过前馈补偿设计减少对控制系统的不利影响.将扰动观测器与反馈控制相结合的复合控制方法是目前控制领域中抑制扰动和补偿模型不精确等问题的研究热点之一[8].

本文提出了一种基于FDOB和SOSM的水厂加矾系统复合控制方法,针对实际絮凝沉淀过程受原水水质和水量突变的影响,以及强非线性、不确定性和参数时变等问题,采用前馈补偿和反馈控制相结合的设计方法.仿真结果证明,在与实际絮凝沉淀过程相符合的模型不匹配和扰动情况下,本文提出的控制方法更好地实现了出水浊度的稳定.

2 系统描述与控制器设计

2.1 问题描述

自来水厂常规处理工艺流程如图1所示.其中,絮凝沉淀过程是在沉淀池入口处向原水中投加矾等絮凝剂,从而让各种杂质颗粒物等凝结成絮凝体,在重力作用下,絮凝体就能够沉淀在沉淀池底部,达到去浊澄清的目的.

2.2 控制器设计

2.2.1 SOSM

已知系统状态等一些可测量的信息存在于$\dot{s}$中,在$\dot{s}$得到导数$\ddot{s}$的过程中可能会放大这些信息,所以需要更大的控制增益.由于振颤幅度与控制幅度之间存在正比关系,因此传统SOSM会导致振颤.

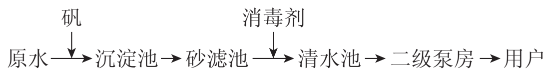

图 1 自来水厂常规处理工艺流程

Fig. 1 Conventional treatment process of waterworks

针对上述问题,本文采用一种新的控制设计方法来处理具有不匹配不确定性的SOSM动力学.构造控制器包括3个步骤.首先,引入新的滑动变量,将传统SOSM动力学转变为具有不匹配不确定项的新型SOSM动力学.其次,通过定义失配不确定性的一些增长条件,以递归的方式构建一系列虚拟控制器来稳定新的滑动变量.最后,结合有限时间控制技术,设计一种带有非光滑项的SOSM控制器.

本文通过将出水浊度与设定值的偏差作为输入,设计二阶滑模控制器.其中$G(s)$为

$$G(s)=\frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}=\frac{b}{s^2+a_1s+a_0}, \tag{1}$$

由上式可得

$$\ddot{x}=-a_1\dot{x}-a_0x+bu, \tag{2}$$

其中: $x\in\mathbb{R}^n$, 代表出水浊度; $u\in\mathbb{R}$, 代表控制输入.现在将滑动变量s(即出水浊度误差)定义为$s=x-x_{\rm ref}$, 其中$x_{\rm ref}$表示浊度设定值.二阶滑模动力学方程为

$$\begin{cases}\dot{s}_1=s_2,\\ \dot{s}_2=a(t,x)+b(t,x)u+d(t),\end{cases} \tag{3}$$

其中: $a(t,x)=-a_1\dot{x}-a_0x$, $b(t,x)=b$, $d(t)=\xi\omega_1(t)+\omega_2(t)$, 此处$\omega_1(t)$为模型不匹配不确定项, $\omega_2(t)$为模型匹配扰动项, $\omega_1(t)$与$\omega_2(t)$及其一阶导数是有界的,因此存在一个正常数$D>0$使得$|d(t)|\leqslant D$.

沿系统(3)对滑动变量进行二阶导数得到$\ddot{s}=a(t,x)+\xi\omega_1(t)+\omega_2(t)+v$, 其中$v=b(t,x)u$.则系统(3)可以进一步表示为

$$\begin{cases}\dot{s}_1=s_2,\\ \dot{s}_2=A(t,x)+U,\end{cases} \tag{4}$$

其中: $U=v$是一个虚拟控制器, $A(t,x)=a(t,x)+\xi\omega_1(t)+\omega_2(t)$.在实际应用中,出水浊度$x$是有界的,这表示可以找到常数$A_0>0$, 使得$|A(t,x)|\leqslant A_0$.另外也存在正函数$C(x)$与正常数$K_{\rm m}$, 使得$|a(t,x)|\leqslant C(x)$, $b(t,x)\geqslant K_{\rm m}$.

为简化表达式,定义$\lfloor x\rceil^{\alpha}={\rm sgn}\,x\,|x|^{\alpha}$, $\forall x\in\mathbb{R}$, $\forall m>0$.设计控制器[9]

$$u=-\frac{C(x)}{K_{\rm m}}\mathrm{sgn}(\lfloor s_2\rceil^{\frac{\alpha}{r_2}}+\beta_1{}^{\frac{a}{r_2}}\lfloor s_1\rceil^{\frac{\alpha}{r_1}})-\beta_2\lfloor\lfloor s_2\rceil^{\frac{\alpha}{r_2}}+\beta_1{}^{\frac{a}{r_2}}\lfloor s_1\rceil^{\frac{\alpha}{r_1}}\rceil^{\frac{r_3}{a}}. \tag{5}$$

2.2.2 FDOB

FDOB是根据被控变量和控制变量对扰动进行估计的过程, 将扰动估计作为前馈可以有效补偿扰动对被控过程的影响, 从而达到抑制扰动的目的. 给出的FDOB表示如下[10]:

$$\begin{cases}\dot z_0=v_0,\ v_0=-L_1\lfloor z_0-s_1\rceil^{\frac{2}{3}}+z_1,\\ \dot z_1=v_1+U,\ v_1=-L_2\lfloor z_1-v_0\rceil^{\frac{1}{2}}+z_2,\\ \dot z_2=-L_3\,\mathrm{sgn}\,(z_2-v_1)\,,\end{cases} \tag{6}$$

其中: L_1, L_2和L_3为正观测器增益, 需要合理设计. 然后, 可以得到如下定理:

定理 1[11]　如果FDOB构造为式(6), 则不确定项$A(t,x)$可以在有限时间内通过Z_2准确估计, 即可以找到一个时刻$T_{\rm f}>0$使得$z_2\equiv A(t,x)$对于$\forall t>T_{\rm f}$.

2.2.3 FDOB-SOSM复合控制设计

在FDOB和SOSM基础上设计复合控制方案, 如图2所示. 其中, FDOB采取主动抗扰动的策略对控制系统受到的外部扰动和模型不匹配进行估计进而抑制和消除. 相较于只采用反馈控制, FDOB能更加有效地抑制干扰, 极大地提高系统的鲁棒性.

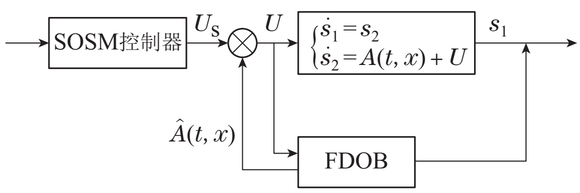

图 2 复合控制方案框图

Fig. 2 Diagram of composite control scheme

在滑模控制器设计中, 令$s_1=s, s_2=\dot s$, 滑模动力学可以改写为$\dot s_1=s_2, \dot s_2=A(t,x)+U$, 此刻需要注意的是不确定项$A(t,x)$通常是不可测量的, 在实际应用中关于$A(t,x)$的精确值是未知的, 这表示控制器(5)不会直接运用于系统(4)中, 为此, 假设$A(t,x)$是可微, 并且满足$|\dot A(t,x)|<L$, 其中L是一个Lipschitz常数. 构造一个FDOB来获取对不确定项$A(t,x)$的估计, 并使用估计值$\hat A(t,x)$补偿不确定项$A(t,x)$, 估计值通常是有界的.

3 系统稳定性分析

假设 1　存在一个正常数$K_{\rm m}$, 一个正函数$C(x)$, 使得$|a(t,x)|\leqslant C(x), |b(t,x)|>K_{\rm m}$和$r_1=2, r_2=r_1-\tau, r_3=r_2-\tau$且$\tau\in(0,1]$.

定理 2　在假设1下, 有一个常数$a\geqslant r_1$和正函数$\beta_1\,(s_1), \beta_2\,(s_1,s_2)$, 建立闭环系统(4)–(5)的有限时间稳定性.

首先给出以下3个引理, 然后给出定理2的证明.

引理 1[12]　如果$0<c\leqslant 1$, 那么有以下不等式: $\forall x_1\in\mathbb{R}, x_2\in\mathbb{R}$,

$$|\lfloor x_1\rceil^c-\lfloor x_2\rceil^c|\leqslant 2^{1-c}|\lfloor x_1\rceil-\lfloor x_2\rceil|^c.$$

引理 2[13]　如果$a>0, b>0$和实数$c>0$, 那么有以下不等式:

$$|x_1|^a|x_2|^b\leqslant\frac{a}{a+b}c|x_1|^{a+b}+\frac{b}{a+b}c^{-\frac{a}{b}}|x_2|^{a+b}.$$

引理 3　对于实数$0<c\leqslant 1$, 有以下不等式: 对于$x_i\in\mathbb{R}$与$i=1,\cdots,n$,

$$(|x_1|+\cdots+|x_n|)^c\leqslant|x_1|^c+\cdots+|x_n|^c.$$

证　分步骤证明定理2.

步骤 1　定义函数

$$V_1(s_1)=\frac{r_1}{2\rho+\tau}|s_1|^{\frac{2\rho+\tau}{r_1}}, \tag{7}$$

且$\rho\geqslant a$. 然后鉴于假设1, $V_1\,(s_1)$沿SOSM动力学(4)的导数可以推导出为

$$\dot V_1(s_1)=\lfloor s_1\rceil^{\frac{2\rho-r_2}{r_1}}s_2\leqslant\lfloor s_1\rceil^{\frac{2\rho-r_2}{r_1}}(s_2-s_2^*)+\lfloor s_1\rceil^{\frac{2\rho-r_2}{r_1}}s_2^*, \tag{8}$$

其中s_2^*虚拟控制器, 可以设计为

$$s_2^*=-\beta_1(s_1)\lfloor\xi_1\rceil^{\frac{r_2}{a}}, \tag{9}$$

其中: $\xi_1=\lfloor s_1\rceil^{\frac{a}{r_1}}, \beta_1\,(s_1)\geqslant\beta_0, \beta_0>0$.

得出

$$\dot V_1(s_1)\leqslant\lfloor\xi_1\rceil^{\frac{2\rho-r_2}{a}}(s_2-s_2^*)-\beta_0\lfloor\xi_1\rceil^{\frac{2\rho}{a}}. \tag{10}$$

步骤 2　定义函数

$$V_2(s_1,s_2)=V_1(s_1)+W_2(s_1,s_2), \tag{11}$$

其中$W_2\,(s_1,s_2)$可以设计为

$$W_2(s_1,s_2)=\int_{s_2^*}^{s_2}\lfloor\lfloor k\rceil^{\frac{a}{r_2}}-\lfloor s_2^*\rceil^{\frac{a}{r_2}}\rceil^{\frac{2\rho-r_3}{a}}\mathrm{d}k. \tag{12}$$

$V_2\,(s_1,s_2)$沿系统(4)的导数由下式给出:

$$\dot V_2(s_1,s_2)=\dot V_1(s_1)+\frac{\partial W_2(s_1,s_2)}{\partial s_2}\dot s_2+\frac{\partial W_2(s_1,s_2)}{\partial s_1}\dot s_1, \tag{13}$$

可得出

$$\dot V_2(s_1,s_2)\leqslant-\beta_0|\xi_1|^{\frac{2\rho}{a}}+\lfloor\xi_1\rceil^{\frac{2\rho-r_2}{a}}(s_2-s_2^*)+\frac{\partial W_2(s_1,s_2)}{\partial s_2}\dot s_2+\frac{\partial W_2(s_1,s_2)}{\partial s_1}\dot s_1. \tag{14}$$

此时注意$0<\dfrac{r_i}{a}\leqslant 1$和

$$|s_2-s_2^*|=|\lfloor s_2\rceil^{\frac{a}{r_2}\cdot\frac{r_2}{a}}-\lfloor s_2^*\rceil^{\frac{a}{r_2}\cdot\frac{r_2}{a}}|. \tag{15}$$

使用引理2, 可以从式(15)中计算出

$$\lfloor\xi_1\rceil^{\frac{2\rho-r_2}{a}}(s_2-s_2^*)\leqslant\frac{\beta_0}{2^3}|\xi_1|^{\frac{2\rho}{a}}+c_2|\xi_2|^{\frac{2\rho}{a}},\tag{16}$$

其中$c_2=\dfrac{r_2}{2^{\frac{r_2}{a}}\rho}(\frac{2^{3-\frac{r_2}{a}}(2\rho-r_2)}{\rho\beta_0})^{\frac{2\rho-r_2}{r_2}}$是一个正常数.

同时, 由引理1可以得知

$$\begin{aligned}&|\frac{\partial W_2(s_1,s_2)}{\partial s_1}\dot s_1|\leqslant\\&\frac{2\rho-r_3}{a}|s_2-s_2^*||\xi_2|^{\frac{2\rho-r_3}{a}-1}|\frac{\partial\lfloor s_2^*\rceil^{\frac{a}{r_2}}}{\partial s_1}\dot s_1|\leqslant\\&\gamma_1|\xi_2|^{\frac{2\rho+\tau}{a}-1}|\frac{\partial\lfloor s_2^*\rceil^{\frac{a}{r_2}}}{\partial s_1}\dot s_1|,\end{aligned}\tag{17}$$

其中$\gamma_1=2^{1-\frac{r_2}{a}}\dfrac{2\rho-r_3}{a}$.

通过式(9)可以得知

$$\lfloor s_2^*\rceil^{\frac{a}{r_2}}=\lfloor\beta_1(s_1)\rceil^{\frac{a}{r_2}}\xi_1,\tag{18}$$

$$\begin{aligned}|\frac{\partial\lfloor s_2^*\rceil^{\frac{a}{r_2}}}{\partial s_1}|\leqslant|\frac{\partial\beta_1^{\frac{a}{r_2}}(s_1)}{\partial s_1}\xi_1|+\\\frac{a}{r_1}\beta_1^{\frac{a}{r_2}}(s_1)(|\xi_1|+\beta_0^{\frac{a}{r_1}}(s_0)|\xi_0|)^{1-\frac{r_1}{a}},\end{aligned}\tag{19}$$

因为$\xi_0=0$且使用引理3, 还可以得出

$$|s_2|\leqslant|\xi_2|^{\frac{r_2}{a}}+\beta_1(s_1)|\xi_1|^{\frac{r_2}{a}}.\tag{20}$$

通过将不等式(20)和系统(4)合并, 使用引理2, 可以得到两个正函数$\gamma_1'(s_1)$和$\gamma_2'(s_1)$使得

$$|\frac{\partial\lfloor s_2^*\rceil^{\frac{a}{r_2}}}{\partial s_1}\dot s_1|\leqslant\gamma_1'(s_1)|\xi_1|^{1-\frac{\tau}{a}}+\gamma_2'(s_1)|\xi_2|^{1-\frac{\tau}{a}}.\tag{21}$$

将不等式(21)代入(17), 并使用引理2, 可以计算出正增益$\tilde\gamma_2(s_1)$使得

$$\begin{aligned}|\frac{\partial W_2(s_1,s_2)}{\partial s_1}\dot s_1|\leqslant\frac{\beta_0}{2^2}|\xi_1|^{\frac{2\rho}{a}}+\\\frac{\beta_0}{2^3}|\xi_1|^{\frac{2\rho}{a}}+\tilde\gamma_2(s_1)|\xi_2|^{\frac{2\rho}{a}}.\end{aligned}\tag{22}$$

结合系统(4)得出

$$\begin{aligned}\frac{\partial W_2(s_1,s_2)}{\partial s_2}\dot s_2=\lfloor\lfloor s_2\rceil^{\frac{a}{r_2}}-\lfloor s_2^*\rceil^{\frac{a}{r_2}}\rceil^{\frac{2\rho-r_3}{a}}\dot s_2=\\\lfloor\xi_2\rceil^{\frac{2\rho-r_3}{a}}(A(t,x)+U).\end{aligned}\tag{23}$$

将不等式(16)(23)代入式(14)得到

$$\begin{aligned}\dot V_2(s_1,s_2)\leqslant-\frac{\beta_0}{2}|\xi_1|^{\frac{2\rho}{a}}+(c_2+\tilde\gamma_2(s_1))|\xi_2|^{\frac{2\rho}{a}}+\\\lfloor\xi_2\rceil^{\frac{2\rho-r_3}{a}}(A(t,x)+U).\end{aligned}\tag{24}$$

根据不等式(24), 可以设计

$$\begin{aligned}U=-\frac{C(x)}{K_{\rm m}}b(t,x)\,{\rm sgn}\,\xi_2-\\b(t,x)\,\beta_2(s_1,s_2)\lfloor\xi_2\rceil^{\frac{r_3}{a}},\end{aligned}\tag{25}$$

且

$$\beta_2(s_1,s_2)\geqslant\frac{c_2+\tilde\gamma_2(s_1)+\dfrac{\beta_0}{2}}{K_{\rm m}}.$$

此外

$$\int_{s_2^*}^{s_2}\lfloor\lfloor k\rceil^{\frac{a}{r_2}}-\lfloor s_2^*\rceil^{\frac{a}{r_2}}\rceil^{\frac{2\rho-r_3}{a}}{\rm d}k\leqslant2^{1-\frac{r_2}{a}}|\xi_2|^{\frac{2\rho+\tau}{a}}.\tag{26}$$

将控制器(25)代入式(24), 结合$V_1(s_1)$, 可以验证出

$$V_2(s_1,s_2)\leqslant2(|\xi_1|^{\frac{2\rho+\tau}{a}}+|\xi_2|^{\frac{2\rho+\tau}{a}}).$$

通过使$c=\dfrac{\beta_0}{2\cdot2^{\frac{2\rho}{2\rho+\tau}}}$, 可以证明

$$\dot V_2(s_1,s_2)+cV_2^{\frac{2\rho}{2\rho+\tau}}(s_1,s_2)\leqslant0.\tag{27}$$

注意$\dfrac{2\rho}{2\rho+\tau}\in(0,1)$. 通过不等式(27), 可以通过有限时间李雅普诺夫理论[14]得出闭环系统(4)(25)是全局有限时间稳定的. 因此, 闭环系统(4)–(5)实现了全局有限时间稳定性. 证毕.

然而, 在实际应用中, 无法使用FDOB准确估计系统不确定项, 始终存在观测误差$|\tilde A(t,x)|=A(t,x)-z_2$. 因此, 可以找到一个时刻$T_{\rm f}$和一个正常数$\varepsilon$, 使得$|\tilde A(t,x)|\leqslant\varepsilon$, 对于$\forall t\geqslant T_{\rm f}$. 最后, 结合SOSM算法和FDOB技术得到的最后一个结果由定理3给出.

定理 3 在假设1下, 有一个常数$a\geqslant r_1$和正函数$\beta_1(s_1)$, $\beta_2(s_1,s_2)$使得下面的SOSM控制律成立:

$$\begin{aligned}u=-\frac{C(x)}{K_{\rm m}}{\rm sgn}(\lfloor s_2\rceil^{\frac{a}{r_2}}+\beta_1^{\frac{a}{r_2}}(s_1)\lfloor s_1\rceil^{\frac{a}{r_1}})-\\\beta_2(s_1,s_2)\lfloor\lfloor s_2\rceil^{\frac{a}{r_2}}+\beta_1^{\frac{a}{r_2}}(s_1)\lfloor s_1\rceil^{\frac{a}{r_1}}\rceil^{\frac{r_3}{a}}-z_2,\end{aligned}\tag{28}$$

其中z_2是FDOB(6)给出的不确定项$A(t,x)$的估计, 建立闭环系统(4)–(5)的有限时间稳定性.

证 根据$U=v$和$v=b(t,x)u$的定义, 得到

$$\begin{aligned}U=-\frac{C(x)}{K_{\rm m}}b(t,x)\,{\rm sgn}(\lfloor s_2\rceil^{\frac{a}{r_2}}+\\\beta_1^{\frac{a}{r_2}}(s_1)\lfloor s_1\rceil^{\frac{a}{r_1}})-b(t,x)\,\beta_2(s_1,s_2)\times\\\lfloor\lfloor s_2\rceil^{\frac{a}{r_2}}+\beta_1^{\frac{a}{r_2}}(s_1)\lfloor s_1\rceil^{\frac{a}{r_1}}\rceil^{\frac{r_3}{a}}-z_2,\end{aligned}\tag{29}$$

将控制器(29)放入系统(4)中, 可以得到

$$\begin{cases}\dot s_1=s_2,\\\dot s_2=A(t,x)-z_2+U_{\rm s},\end{cases}\tag{30}$$

$$\begin{aligned}U_{\rm s}=-\frac{C(x)}{K_{\rm m}}b(t,x)\,{\rm sgn}(\lfloor s_2\rceil^{\frac{a}{r_2}}+\\\beta_1^{\frac{a}{r_2}}(s_1)\lfloor s_1\rceil^{\frac{a}{r_1}})-b(t,x)\,\beta_2(s_1,s_2)\times\\\lfloor\lfloor s_2\rceil^{\frac{a}{r_2}}+\beta_1^{\frac{a}{r_2}}(s_1)\lfloor s_1\rceil^{\frac{a}{r_1}}\rceil^{\frac{r_3}{a}}.\end{aligned}\tag{31}$$

因为系统(30)与系统(4)结构相似, 则系统(30)在控制器$U_{\rm s}$下将有限时间收敛到原点. 由此进一步验证控制器不会在$T_{\rm f}$之前发散到无穷大.

选择一个有限时间有限函数

$$V(s_1,s_2)=\frac{1}{2}s_1^2+\frac{1}{2}s_2^2. \tag{32}$$

由于系统(30)中的不确定项$A(t,x)$总是有界的, 因此可以很容易地得到$\tilde{A}(t,x)=A(t,x)-z_2$也是有界的. 因此, 可以找到一个正常数$\varUpsilon$使得

$$|\dot{s}_2|\leqslant|\tilde{A}(t,x)|+|U_{\rm s}|\leqslant\varUpsilon, \tag{33}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}\,(s_1,s_2)=&\,s_1s_2+s_2\,(A(t,x)-z_2+U_{\rm s})\leqslant\\&2V\,(s_1,s_2)+\frac{1}{2}\varUpsilon^2,\end{aligned} \tag{34}$$

之后可以得出结论

$$V\,(s_1,s_2)=(V\,(s_1(0),s_2(0))+\frac{1}{4}\varUpsilon^2){\rm e}^{2t}-\frac{1}{4}\gamma^2. \tag{35}$$

这意味着系统(30)的状态s_1和s_2在时间间隔(0, $T_{\rm f}$]内是有界的. 此外, 可以得出结论, 系统(30)可以通过复合控制器(28)在有限域内稳定到原点. 因此, 滑动变量s可以在有限时间内稳定为零.　　证毕.

4　仿真验证

加矾系统随着实际工况的变化而不同, 本文采用在线辨识方法对加矾系统进行建模, 即

$$G(S)=\frac{10}{50s^2+15s+1}. \tag{36}$$

本文在MATLAB环境下进行控制仿真. 模拟在0～60 min期间将出水浊度设定值保持在2 NTU, 在60～120 min期间将出水浊度设定值保持在1 NTU. 选择超调量、调节时间($\varDelta=0.02$ min)和绝对误差积分(integral absolute error, IAE)作为量化指标来评估控制方案, 即

$${\rm IAE}(t)=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}|y_{\rm r}(t)-y(t)|, \tag{37}$$

其中: $y_{\rm r}(t)$是参考值, $y(t)$是实际过程输出.

为了设计加矾系统的二阶滑模控制器, 首先要选择一个滑动变量. 将滑动变量s(即浊度误差)定义为

$$s=y-y_{\rm ref}, \tag{38}$$

式中: y表示出水浊度, $y_{\rm ref}$表示出水浊度设定值, 得到滑动变量s的动力学方程

$$\begin{cases}\dot{s}_1=s_2,\\ \dot{s}_2=-0.3s_2-0.02s_1+0.2u.\end{cases} \tag{39}$$

4.1　模型不匹配情况

在加矾系统中, 由于天气恶劣或水源受到污染, 原水水质有时会发生突变. 这导致沉淀池的原水水质超出正常范围, 并且建立的模型过程与实际过程不匹配. 为了证实所提出的控制方案的鲁棒性, 在模型不匹配的情况下, K和T提高20%, 从而得到了传递函数

$$G(S)=\frac{14.4}{72s^2+18s+1}, \tag{40}$$

因此, 滑动变量s的动力学方程

$$\begin{cases}\dot{s}_1=s_2,\\ \dot{s}_2=-0.25s_2-0.014s_1+0.2u.\end{cases} \tag{41}$$

通过取$-\dfrac{C(x)}{K_{\rm m}}=-(1.5\,|s_2|+0.1\,|s_1|)$, $\alpha=2$, $r_1=2$, $r_2=1.6$, $r_3=1.2$, $\beta_1=0.4$, $\beta_2=6$ 控制器可以设计为

$$\begin{aligned}&u=\\&-(1.5\,|s_2|+0.1\,|s_1|){\rm sgn}(\lfloor s_2\rceil^{\frac{2}{1.6}}+\\&0.4^{\frac{2}{1.6}}\lfloor s_1\rceil^{1})-6\lfloor\lfloor s_2\rceil^{\frac{2}{1.6}}+0.4^{\frac{2}{1.6}}\lfloor s_1\rceil^{1}\rceil^{\frac{1.2}{2}}.\end{aligned} \tag{42}$$

为了更好展示FDOB-SOSM复合控制器的性能, 仿真中将工业系统中广泛运用的比例–积分–微分(proportional integral derivative, PID)控制器, SOSM控制器, FDOB-PID复合控制器加入对照实验中, 仿真结果如图3和表1所示. 由图3可以看出在0～60 min和60～120 min, 本文提出的FDOB-SOSM复合控制, 能够更好地跟踪出水浊度设定值(reference, REF)的变化; 由表1可知FDOB-SOSM复合控制下的系统稳定时间最少, 绝对误差积分最小, 整体性能要优于其他控制器.

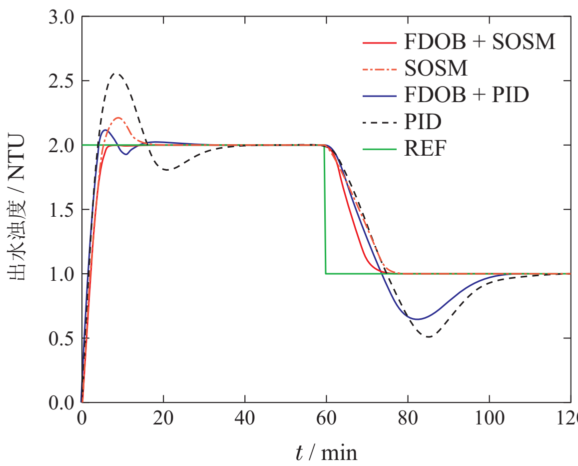

图 3　模型不匹配情况仿真结果

Fig. 3　Simulation results of model mismatch

4.2　受扰动情况

在加矾系统中, 由于原水水质和水量变化、以及传感器信号波动等原因会导致对加矾系统产生一定的扰动. 因此考虑受扰动情况, 由传递函数(36), 得到滑动变量s的动力学方程

$$\begin{cases}\dot{s}_1=s_2,\\ \dot{s}_2=-0.3s_2-0.02s_1+0.2u(t)+d(t),\end{cases} \tag{43}$$

式中$d(t)$为扰动, 仿真中取的是幅度0.05, 频率为0.1的正弦信号. 控制器采用式(42).

表 1 模型不匹配情况控制性能指标

Table 1 Control performance index of model mismatch

控制方案	0～60 min 超调量/%	0～60 min 稳定时间/min	0～60 min 绝对误差积分/NTU	60～120 min 超调量/%	60～120 min 稳定时间/min	60～120 min 绝对误差积分/NTU
FDOB-SOSM	0	6	0.0994	0	12.5	0.2045
SOSM	1	14.5	0.1141	0	16	0.2582
FDOB-PID	6	13	0.0903	36	41	0.3036
PID	27.5	35.5	0.1842	50	49.5	0.4480

仿真结果如图4和表2所示. 由图4可以看出在0～60 min, 只有FDOB-SOSM控制方案很好的跟踪设定值. 可以看出基于FDOB的扰动估计补偿, 使FDOB-SOSM复合控制具有更好的抗扰动能力; 同时, 由表2可知FDOB-SOSM复合控制下的系统稳定时间最少, 绝对误差积分也最小.

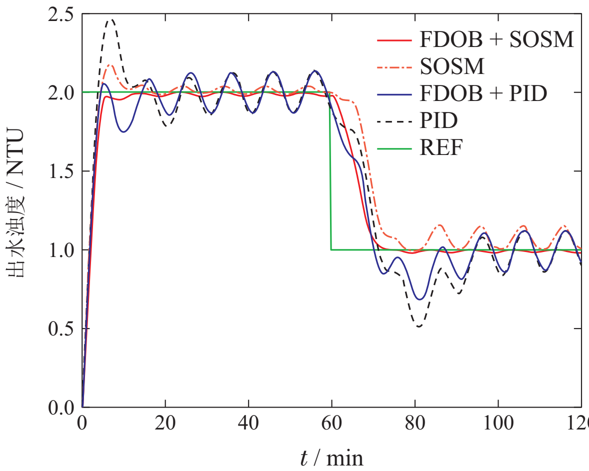

图 4 受扰动情况仿真结果

Fig. 4 Simulation results under disturbance

表 2 受扰动情况控制性能指标

Table 2 Control performance index under disturbance

控制方案	0～60 min 超调量/%	0～60 min 稳定时间/min	0～60 min 绝对误差积分/NTU	60～120 min 超调量/%	60～120 min 稳定时间/min	60～120 min 绝对误差积分/NTU
FDOB-SOSM	0	11.5	0.1102	0	12	0.2144
SOSM	8.5	11	0.1153	–	>60	0.3158
FDOB-PID	–	>60	0.1602	–	>60	0.3377
PID	–	>60	0.1798	–	>60	0.4161

4.3 模型不匹配受扰动情况

为了进一步对比FDOB-SOSM控制方案的性能, 在模型不匹配且同时遭受扰动的情况下, 由传递函数(40), 得到滑动变量s的动力学方程

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = s_2, \\ \dot{s}_2 = -0.25s_2 - 0.014s_1 + 0.2u(t) + d(t), \end{cases} \tag{44}$$

式中$d(t)$为扰动, 仿真中取的是幅度0.05, 频率为0.1的正弦信号, 控制器采用式(42).

仿真结果如图5和表3所示. 由图5可以看出在0～60 min和60～120 min, 只有FDOB-SOSM控制方案很好的跟踪设定值. 可以看出模型不匹配和外部扰动时, 基于FDOB的扰动估计补偿, 使FDOB-SOSM复合控制具有更好的设定值跟踪和抗扰动能力. 由表3可知, FDOB-SOSM控制方案具有更好的鲁棒性、更快的响应和更小的超调.

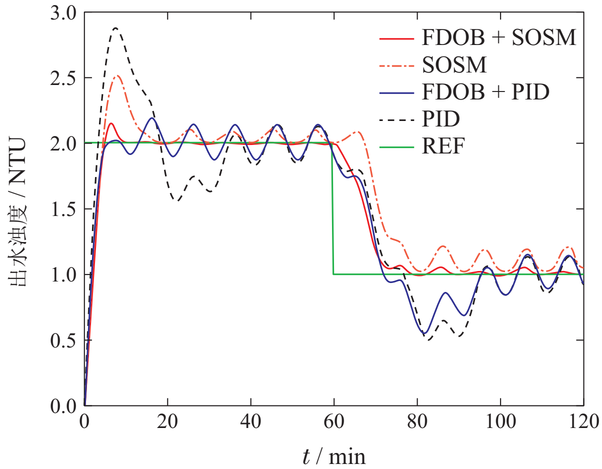

图 5 模型不匹配受扰动情况仿真结果

Fig. 5 Simulation results of model mismatch under disturbance

表 3 模型不匹配受扰动情况控制性能指标

Table 3 Control performance index of model mismatch under disturbance

控制方案	0～60 min 超调量/%	0～60 min 稳定时间/min	0～60 min 绝对误差积分/NTU	60～120 min 超调量/%	60～120 min 稳定时间/min	60～120 min 绝对误差积分/NTU
FDOB-SOSM	7	9	0.1018	0	17.5	0.2332
SOSM	–	>60	0.1623	–	>60	0.432
FDOB-PID	–	>60	0.1498	–	>60	0.3833
PID	–	>60	0.3109	–	>60	0.5818

5 结论

本文提出了一种水厂加矾系统的FDOB-SOSM复合控制方案, 采用了一种改进的带有非光滑项的SOSM控制方法实现加矾反馈控制; FDOB用于估计模型不匹配和扰动, 并应用估计值作为前馈补偿削弱模型不匹配和扰动带来的不利影响. 采用李亚普诺夫函数证明了系统的稳定性. 在实际工程中存在的水

质、水量突变等影响下造成的模型不匹配与扰动分别进行了仿真. 仿真结果证明了控制方法的有效性.

参考文献:

[1] RATNAYAKA D D, BRANDT M J, JOHNSON M K. *CHAPTER 8-Water Filtration Granular Media Filtration*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2009.

[2] CUI Fuyi, LI Guibai. Coagulation control technology of flowing current method. *Water Supply and Drainage in China*, 1991, 7(6): 36 – 40.
(崔福义, 李圭白. 流动电流法混凝控制技术. 中国给水排水, 1991, 7(6): 36 – 40.)

[3] LIU Qianjun, BAI Hua, LI Guibai. Intelligent control of light transmittance pulsating flocculation dosing system. *Water Supply and Drainage in China*, 2003, 19(8): 52 – 53.
(刘前军, 白桦, 李圭白. 透光率脉动絮凝投药系统的智能控制. 中国给水排水, 2003, 19(8): 52 – 53.)

[4] AI Wei, ZHU Xuefeng. Data-driven direct control method for large lag process of flocculation and dosing in water plant. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(3): 335 – 342.
(哀微, 朱学峰. 水厂絮凝投药大滞后过程的数据驱动直接控制方法. 控制理论与应用, 2011, 28(3): 335 – 342.)

[5] DING Shihong, LI Shihua. Global Finite-time stabilization of nonlinear integral systems under input saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(10): 1222 – 1231.
(丁世宏, 李世华. 输入饱和下的非线性积分系统的全局有限时间镇定. 自动化学报, 2011, 37(10): 1222 – 1231.)

[6] DING S, LI S. Second-order sliding mode controller design subject to mismatched term. *Automatica*, 2017, 77: 388 – 392.

[7] RAUF A, LI S, MADONSKI R, et al. Continuous dynamic sliding mode control of converter-fed DC motor system with high order mismatched disturbance compensation. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2020, 42(14): 2812 – 2821.

[8] YANG Bo, SHU Hongchun, ZHU Dena, et al. Maximum power tracking sliding mode control of permanent magnet synchronous generator based on disturbance observer. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(2): 207 – 219.
(杨博, 束洪春, 朱德娜, 等. 基于扰动观测器的永磁同步发电机最大功率跟踪滑模控制. 控制理论与应用, 2019, 36(2): 207 – 219.)

[9] LIU L, ZHENG W X, DING S. High-order sliding mode controller design subject to lower-triangular nonlinearity and its application to robotic system. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(15): 10367 – 10386.

[10] CHEN D, SD B, XW A, et al. Composite SOSM controller for path tracking control of agricultural tractors subject to wheel slip. *ISA Transactions*, 2022, 130: 389 – 398.

[11] A. LEVANT. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 2003: 76(9/10): 924 – 941.

[12] QIAN C, WEI L. A continuous feedback approach to global strong stabilization of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(7): 1061 – 1079.

[13] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751 – 766.

[14] ZHU J, YU X, ZHANG T, et al. Sliding mode control of MIMO Markovian jump systems. *Automatica*, 2016, 68: 286 – 293.

作者简介:

王冬生 博士, 副教授, 研究方向为人工智能、大数据处理及智能控制在水处理过程中的应用, E-mail: wangdongsheng@njupt.edu.cn;

张 鹏 硕士研究生, 研究方向为智能控制在水处理过程中的应用, E-mail: 2419612976@qq.com;

孙锦昊 本科生, 研究方向为智能控制在水处理过程中的应用, E-mail: 1795624509@qq.com;

郭若寒 本科生, 研究方向为智能控制在水处理过程中的应用, E-mail: 540458230@qq.com;

蒋国平 博士, 教授, 研究方向为复杂网络、复杂系统控制, E-mail: jianggp@njupt.edu.cn.