

分布式航天器编队约定时间姿轨耦合协同控制

刘岩¹, 曹璐^{2†}, 秦开宇¹, 肖冰³, 施孟佶¹, 李维豪¹

(1. 电子科技大学 航空航天学院, 四川 成都 611713; 2. 军事科学院 国防科技创新研究院, 北京 100071;
3. 西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 针对具有参数不确定性、外部扰动和预设性能需求的航天器编队约定时间姿轨耦合控制问题, 本文基于预设性能控制方法提出了一种低复杂度的约定时间编队姿轨耦合协同控制器, 使得航天器在设定时间内形成编队, 且编队误差满足预设的各种性能指标。首先, 通过结合有限时间稳定概念引入一种约定时间性能函数, 其系统稳定时间可以由使用者任意设定; 然后, 把约定时间性能函数与预设性能控制方法结合起来, 提出了不依赖航天器质量和转动惯量等信息的约定时间编队协同控制器, 保证了编队状态量的收敛性能和收敛时间, 并使用李雅普诺夫理论证明了其稳定性。最后, 通过仿真验证了该控制方案的有效性。

关键词: 航天器编队飞行; 姿轨耦合控制; 预设性能控制; 约定时间控制; 航天器队形重构

引用格式: 刘岩, 曹璐, 秦开宇, 等. 分布式航天器编队约定时间姿轨耦合协同控制. 控制理论与应用, 2024, 41(5): 829 – 838

DOI: 10.7641/CTA.2023.20595

Appointed-time attitude-orbit coupling control for distributed spacecraft formation

LIU Yan¹, CAO Lu^{2†}, QIN Kai-yu¹, XIAO Bing³, SHI Meng-ji¹, LI Wei-hao¹

(1. School of Aeronautics and Astronautics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu Sichuan 611713, China;
2. National Innovation Institute of Defense Technology, Chinese Academy of Military Science, Beijing 100071, China;
3. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China)

Abstract: This paper addresses the problem of appointed-time attitude and orbit coupled control for distributed spacecraft formation with parameter uncertainties, external disturbances and requirements of prescribed performance. A low complexity cooperative controller was proposed based on the prescribed performance control method, which realized the spacecraft formation flying within the set time and the formation errors met the preset performance indexes. Firstly, an appointed-time performance function that can arbitrarily set the stability time of the system is introduced by using the concept of finite time stability. Secondly, by combining the appointed-time performance function with the prescribed performance control method, a appointed-time cooperative controller is designed to ensure the transient performance and the steady performance and finite-time stability of spacecraft formation control system. And the controller is independent of spacecraft mass and moment of inertia. Finally, the Lyapunov stability theorem is applied to prove the stability of the control system, and numerical simulation results show the effectiveness of the control law.

Key words: spacecraft formation flying; attitude and orbit coupled control; prescribed performance control; appointed-time control; spacecraft formation reconfiguration

Citation: LIU Yan, CAO Lu, QIN Kaiyu, et al. Appointed-time attitude-orbit coupling control for distributed spacecraft formation. *Control Theory & Applications*, 2024, 41(5): 829 – 838

1 引言

随着航天技术的迅速发展, 航天器协同工作逐渐成为了研究热点。航天器协同工作的重要组成部分——航天器编队飞行, 也随之受到了越来越多学者的关注, 并取得了丰富的成果。文献[1]基于一致性理

论提出了一种控制策略, 解决了一主多从卫星编队结构的姿轨耦合协同控制问题。文献[2]研究了具有避免碰撞约束的多星快速绕飞与同步逼近旋转目标的问题。文献[3]研究了带挠性附件的服务航天器在近距离逼近失控目标航天器时的控制问题。文献[4]使用快速

收稿日期: 2022-07-04; 录用日期: 2023-04-11.

†通信作者. E-mail: caolu_space2015@163.com.

本文责任编辑: 贾英民.

国家自然科学基金项目(11972373), 四川省科技厅项目(2022JDR0107, 2020YJ0044, 2021YFG0131)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (11972373) and the Project of Science & Technology Department of Sichuan Province (2022JDR0107, 2020YJ0044, 2021YFG0131).

积分终端滑模控制方法解决了受外界干扰和参数不确定性影响的航天器编队飞行问题,并且不会产生震颤现象.文献[5]同样考虑了存在环境扰动时航天器姿轨耦合编队飞行问题,其使用径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络设计自适应控制器来抵抗环境扰动.文献[6]结合人工势场函数和误差符号鲁棒积分方法解决了具有障碍物和外部扰动的航天器编队控制问题.文献[7]考虑了存在外部干扰时卫星编队队形重构的最优能量消耗问题.文献[8]使用模型预测控制方法研究了卫星编队构型保持时的最优能量消耗问题.

上述文献中所设计的控制器能够完成航天器编队任务的基本要求,但只能保证航天器编队控制系统的渐近稳定性.随着空间任务的日益复杂化,编队收敛时间逐渐成为一个重要的控制性能指标.而有限时间控制方法因其能使系统状态在有限时间内收敛的特点能够很好的解决上述问题.于是文献[9]使用有限时间控制方法实现在有限时间下具有碰撞避免约束的卫星编队.文献[10]使用固定时间控制方法研究了在具有模型不确定性、外部干扰和控制输入量化的情况下,如何在有限时间内实现航天器编队飞行的姿轨耦合跟踪控制问题.文献[9-10]虽然解决了航天器编队控制系统的有限时间收敛问题,却在控制器设计时引入了分数阶和符号函数,这增大了控制算法的计算量,并且容易导致系统震颤.此外,对于越来越复杂的空间任务需求,系统的性能指标如超调量、稳态误差、收敛速度等也变得越来越重要.所以,如何设计控制器保证航天器编队控制系统有限时间收敛的同时,满足各种性能指标成为了不得不考虑的问题.

为解决预设收敛速度、稳态误差等性能的非线性系统跟踪控制问题,希腊学者 Bechlioulis 和 Rovithakis^[11]在2008年提出了一种预设性能控制(prescribed performance control, PPC)方法.目前该方法已经在诸如机械臂控制^[12]、水下航行器轨迹跟踪^[13]、航天器姿态控制^[14-17]等领域得到了广泛应用.赵党军等人^[18]使用PPC方法解决了预设编队性能的航天器编队队形控制问题,但其设计的控制器比较复杂,且不是有限时间收敛的.魏才盛等人^[19]研究预设性能控制方法时发现可以通过设计预设性能函数解决约定时间(appointed-time)控制问题,即任意设定系统稳定时间,然后设计控制率使系统在预设的时间内达到稳定状态并能保证系统的瞬态和稳态性能.这对具有有限时间稳定和预设性能需求的航天器编队控制器设计提供了新思路.

此外,预设性能的航天器姿轨耦合控制相关研究仍然很少,但在某些航天器任务中,如合成孔径雷达,姿轨耦合影响不容忽视.所以,本文针对具有约定时间需求且需满足一定性能指标的航天器快速编队控

制问题,考虑姿轨耦合影响,结合预设性能控制方法设计一种低复杂度且不基于模型的控制器,实现高精度快速航天器编队.本文的主要贡献如下:

1) 本文通过改进预设性能控制方法提出了一种预设时间控制器.文献[12-13, 16-17, 20-24]中的闭环控制系统都只能做到指数稳定,本文的控制器却可以在用户设定的时间内使航天器编队控制系统实现稳定,属于有限时间稳定的范畴.

2) 本文设计了一个低复杂度六自由度编队控制器.本文通过归一化方法把航天器轨道和姿态变换为同一数量级,进而使得一个预设性能不等式可以同时约束轨道编队和姿态编队误差性能,计算量远远小于文献[22]中的控制器,且不需要航天器的质量和转动惯量等信息.

3) 与传统的航天器编队控制器相比^[1-10],本文设计的控制器能够使航天器编队控制系统满足用户设定的各种性能指标,包括收敛时间指标.

本文结构如下:第2部分构建编队航天器的姿轨耦合动力学模型;第3部分介绍了预设编队性能的控制器设计方法,并进行稳定性分析;第4部分针对四星编队姿轨耦合控制进行了仿真验证.

2 航天器模型及相关引理

首先定义常用坐标系:参考航天器轨道坐标系 $o_1x_1y_1z_1$ (LVLH(local vertical local horizontal)系):坐标系原点为航天器编队的虚拟参考点, o_1x_1 轴方向表示由地心指向虚拟参考点的矢径方向; o_1y_1 轴指向虚拟参考点的运动方向,与 o_1x_1 轴垂直且在虚拟参考点的轨道平面上; o_1z_1 轴与 o_1x_1 , o_1y_1 构成右手坐标系.

地心惯性坐标系 $o_e x_e y_e z_e$ (ECI(earth centered inertial)系):坐标系原点为地心. x 轴沿地球赤道平面与太阳黄道平面的交线指向春分点; z 轴沿地球自转轴方向; y 轴与 x , z 轴构成右手坐标系.

2.1 航天器姿态动力学模型

采用修正罗德里格斯参数MRPs(modified Rodrigues parameters)描述航天器的姿态,第 i 颗航天器的姿态运动学与动力学方程为^[25]

$$\begin{cases} \bar{M}_i \ddot{\sigma}_i + \bar{C}_i \dot{\sigma}_i = G_i^{-T} \tau_i + G_i^{-T} \tau_{di}, \\ \bar{M}_i = G^{-T}(\sigma_i) J_i G^{-1}(\sigma_i), \\ \bar{C}_i = -G^{-T} S(J_i G^{-1}(\sigma_i) \dot{\sigma}_i) G^{-1}(\sigma_i) - \\ \quad \bar{M}_i \dot{G}(\sigma_i) G^{-1}(\sigma_i), \\ G_i = G(\sigma_i) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \sigma_i^T \sigma_i}{2} I_3 + S(\sigma_i) + \sigma_i \sigma_i^T \right), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\sigma_i = [\sigma_{i,1} \ \sigma_{i,2} \ \sigma_{i,3}]^T \in \mathbb{R}^3$ 表示第 i 个航天器本体系相对于地心惯性坐标系(ECI系)的姿态; $\sigma_{i,1}$, $\sigma_{i,2}$, $\sigma_{i,3}$ 分别表示航天器 i 姿态的3个分量; $J_i \in \mathbb{R}^3$ 表示第 i 个航天器的转动惯量; $S(a)$ 表示叉乘矩阵,如

式(2)所示; $\tau_i, \tau_{di} \in \mathbb{R}^3$ 表示作用在第 i 颗航天器上的控制力矩和外部干扰力矩。

$$\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T, \mathbf{S}(\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

注 1 σ_i 在旋转角为 $\pm 2\pi$ 时会产生奇异。

2.2 航天器相对轨道动力学模型

假设多航天器系统的运行轨道为圆轨道, 采用 CW (Clohessy-Wiltshire) 方程^[26] 描述航天器相对运动, 则第 i 颗卫星相对与星群参考点的相对动力学方程为

$$\begin{cases} m_i \ddot{\boldsymbol{\rho}}_i + \mathbf{C}_{1i} \dot{\boldsymbol{\rho}}_i + \mathbf{N}_{1i} \boldsymbol{\rho}_i = \mathbf{R}_{1bi} \mathbf{f}_{bi} + \mathbf{F}_{di}, \\ \mathbf{C}_{1i} = 2m_i \dot{\boldsymbol{\theta}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{N}_{1i} = m_i \dot{\boldsymbol{\theta}} \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (3)$$

其中: m_i 表示第 i 个航天器的质量, $\boldsymbol{\rho}_i \in \mathbb{R}^3$ 表示第 i 个航天器相对于参考点的位置, $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ 表示参考点绕地球旋转的角速度, $\mathbf{f}_{bi}, \mathbf{F}_{di} \in \mathbb{R}^3$ 分别表示第 i 个航天器的控制力和干扰力, $\mathbf{R}_{1bi} = \mathbf{R}_{le} \times \mathbf{R}_{ebi} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 表示第 i 个航天器本体系到参考点的 LVLH 系的旋转矩阵, 其中 $\mathbf{R}_{le}, \mathbf{R}_{ebi} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 分别表示 ECI 系到 LVLH 系的旋转矩阵和第 i 个航天器本体系到 ECI 系的旋转矩阵, \mathbf{R}_{le} 可以通过参考点的位置速度计算得到, $\mathbf{R}_{ebi} = \mathbf{R}_{bei}^T$, 而 \mathbf{R}_{bei} 可以表示为

$$\mathbf{R}_{ebi} = \mathbf{I}_3 - \frac{4(1 - \sigma_i^T \sigma_i)}{(1 + \sigma_i^T \sigma_i)^2} \mathbf{S}(\sigma_i) + \frac{8}{(1 + \sigma_i^T \sigma_i)^2} \mathbf{S}^2(\sigma_i). \quad (4)$$

2.3 位置归一化的航天器姿轨耦合动力学模型

为方便设计预设性能控制器, 对位置进行归一化, 使航天器的位置和姿态处于同一数量级。令状态量为 $\mathbf{x}_i = [\boldsymbol{\sigma}_i^T \ \boldsymbol{\rho}_i^{*T}]^T \in \mathbb{R}^6$, 其中 $\boldsymbol{\rho}_i^* = \boldsymbol{\rho}_i / \rho_{\max}$, $\rho_{\max} \in \mathbb{R}$ 表示所有航天器与参考点距离的最大值, 是人为设定的。联立式(1)和式(3)则可得到欧拉-拉格朗日形式的第 i 个航天器的姿轨耦合模型

$$\mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{x}}_i + \mathbf{C}_i \dot{\mathbf{x}}_i + \mathbf{N}_i \mathbf{x}_i = \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i + \mathbf{d}_i, \quad (5)$$

其中: $\mathbf{u}_i = [\tau_i^T \ \mathbf{f}_{bi}^T]^T \in \mathbb{R}^6$,

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_i &= [(\mathbf{G}^{-T}(\sigma_i) \tau_{di})^T \ \frac{1}{\rho_{\max}} \mathbf{F}_{di}^T]^T \in \mathbb{R}^6, \\ \mathbf{M}_i &= \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m_i \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{1i} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}, \\ \mathbf{N}_i &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_{1i} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^{-T}(\sigma_i) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\mathbf{R}_{lb}}{\rho_{\max}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}. \end{aligned}$$

引理 1^[25] $\dot{\mathbf{M}}_i - 2\mathbf{C}_i$ 为反对称矩阵, 即对于 $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^6$, 有 $\mathbf{x}^T (\dot{\mathbf{M}}_i - 2\mathbf{C}_i) \mathbf{x} = 0$ 。

引理 2^[25] \mathbf{M}_i 对称正定, 且满足

$$\sigma_{\min}(\mathbf{M}_i) \|\mathbf{x}\|^2 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{M}_i \mathbf{x} \leq \sigma_{\max}(\mathbf{M}_i) \|\mathbf{x}\|^2,$$

$\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^6$. $\sigma_{\min}(\mathbf{A}), \sigma_{\max}(\mathbf{A})$ 分别表示矩阵 \mathbf{A} 的特征值的最小值和最大值。

为简化分析, 假设航天器间的通信拓扑图为无向图。一个无向图 $\mathcal{G} \in (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 由节点集 $\mathcal{V} = \{v_1, \dots, v_n\}$ 和边集 $\mathcal{E} = \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 组成。图 \mathcal{G} 的邻接矩阵为 $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}, a_{ij} \in \{0, 1\}$ 。顶点 v_i 的邻接点集合为 $\mathcal{N}_i = \{j | (v_i, v_j) \in \mathcal{E}\}$ 。定义图 \mathcal{G} 的入度为 $\mathbf{D} = \text{diag}\{\mathcal{D}_1, \dots, \mathcal{D}_n\}$, $\mathcal{D}_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}$, 则图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵为 $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 。下文中 $|\cdot|$ 表示绝对值符号, $\|\cdot\|$ 表示向量或矩阵的 2-范数。

定义 1^[27] 考虑系统 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)), \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$, 其中 $\mathbf{f}: \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}^n$ 在包含原点的邻域内连续, 若对于所有 $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$, 都存在 $\epsilon > 0$ 和时间 $T(\epsilon, \mathbf{x}_0) < \infty$, 使得 $\|\mathbf{x}(t)\| < \epsilon$ 对于 $\forall t \geq t_0 + T$ 都成立, 则称非线性系统的平衡点 $\mathbf{x} = 0$ 是实际有限时间稳定的。

定义 2^[28] 对于微分方程

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \in \Omega_x \subset \mathbb{R}^n, \quad (6)$$

该方程初值问题的解为 $\mathbf{x}: [0, \tau_{\max}) \rightarrow \mathbb{R}^n$, 若不存在 $\tau > \tau_{\max}$, 使得 $\mathbf{x}: [0, \tau) \rightarrow \Omega_x$ 仍为微分方程的解, 则称解 $\mathbf{x}: [0, \tau_{\max}) \rightarrow \mathbb{R}^n$ 为微分方程的最大时间解。

引理 3^[28] 考虑式(6)的初值问题, 假设

- 1) $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ 对于 \mathbf{x} 是 Lipschitz 的;
- 2) $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ 在 $\mathbf{x} \in \Omega_x$ 和 t 上局部可积;
- 3) $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ 在 $\mathbf{x} \in \Omega_x$ 和 t 上连续;

则式(6)存在唯一的最大时间解 $\mathbf{x}: [0, \tau_{\max}) \rightarrow \Omega_x, \tau_{\max} \in \{\mathbb{R}_+, \infty\}$ 。

引理 4^[28] 若式(6)的最大时间解 $\mathbf{x}: [0, \tau_{\max}) \rightarrow \Omega_x$ 中 $\tau_{\max} < \infty$, 那么对于任意紧集 $\Omega'_x \subset \Omega_x$, 总是存在一个时间 $t^* \in [0, \tau_{\max})$, 使得 $\mathbf{x}(t^*) \notin \Omega'_x$ 。

引理 5 对于 $\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ 和正定矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 都 $\exists \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$, 且 $\lambda_2 \geq 0$, 使得 $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = \lambda_1 \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \lambda_2 \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}$, λ_1, λ_2 是关于 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} 的函数。

证 构造 λ_1, λ_2 为下式:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \begin{cases} 0, & \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} \neq 0 \text{ 且 } \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = 0, \\ \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} + 1}{\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}}, & \text{其他,} \end{cases} \\ \lambda_2 = \begin{cases} \frac{1}{\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}}, & \text{其他,} \\ 0, & \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} \neq 0 \text{ 且 } \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = 0, \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

则必有 $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = \lambda_1 \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \lambda_2 \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}$ 。下面分情况

讨论:

1) $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = 0, \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = 0$. 由于 \mathbf{A} 正定, 则有 $\mathbf{x} = \mathbf{0}_n, \mathbf{y} = \mathbf{0}_n$. $\mathbf{0}_n$ 表示维度为 n 的 0 向量. 那么有 $\mathbf{x}^T \times \mathbf{A} \mathbf{y} = \lambda_1 \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \lambda_2 \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = 0$.

2) $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = 0, \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} \neq 0$. 由于 $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = 0$, 则有 $\mathbf{x} = \mathbf{0}_n$, 进而 $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = 0$. 把 $\lambda_2 = 0$ 代入等式右边可得 $\lambda_1 \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \lambda_2 \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = 0 - 0 = 0$, 则有 $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = \lambda_1 \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \lambda_2 \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}$.

3) $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} \neq 0, \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = 0$. 由于 $\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = 0$, 则有 $\mathbf{y} = \mathbf{0}_n$, 进而 $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = 0$. 把 $\lambda_1 = 0$ 代入等式右边可得 $\lambda_1 \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \lambda_2 \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = 0 - 0 = 0$, 则有 $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = \lambda_1 \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \lambda_2 \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}$.

4) $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} \neq 0, \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} \neq 0$. 把 $\lambda_1 = \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} + 1}{\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}}$, $\lambda_2 = \frac{1}{\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}}$ 代入 $\lambda_1 \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \lambda_2 \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}$ 可得 $\lambda_1 \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \lambda_2 \mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} + 1 - 1 = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y}$.

证毕.

引理 6 (Young不等式^[29]) 对于 $\forall x, y \in \mathbb{R}^n$, 都有 $|x^T y| \leq \frac{1}{2} \|x\|^2 + \frac{1}{2} \|y\|^2$.

2.4 问题描述

假设有 n 颗航天器需要进行编队飞行任务. 定义编队航天器 i 的状态跟踪误差为 $\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_i^d \in \mathbb{R}^6$, 其中状态 \mathbf{x}_i 指的是式(5)中的状态, $\mathbf{x}_i^d = [(\boldsymbol{\sigma}_i^d)^T (\boldsymbol{\rho}_i^d / \rho_{\max})^T]^T$ 表示第 i 个航天器的期望状态(其中期望位置是归一化之后的值). 控制目标为在任意设定系统稳定时间 T 的情况下设计协同控制器, 使得 $\lim_{t \rightarrow T} \tilde{\mathbf{x}}_{i,j} < \eta$, $\tilde{\mathbf{x}}_{i,j}$ 表示第 i 个航天器的状态跟踪误差的第 j 个元素, η 为用户设定的稳态误差性能指标.

假设 1 假设第 i 颗航天器的转动惯量 \mathbf{J}_i 和质量 m_i 的精确值不可知. 外部扰动 $\|\mathbf{d}_i\| \leq d_{\max}$.

假设 2 航天器接收到的指令是连续、有界且二阶可导的, 即 $\mathbf{x}_i^d, \dot{\mathbf{x}}_i^d, \ddot{\mathbf{x}}_i^d$ 存在且已知.

假设 3 编队中的通信拓扑图是连通的. 则拉普拉斯矩阵 L 半正定.

3 控制器设计

3.1 约定时间收敛的预设性能函数设计

对于一般非线性系统跟踪控制问题, 根据预设性能控制理论^[11], 可通过下述不等式描述期望的跟踪误差性能:

$$\begin{cases} -v_1 p(t) < e(t) < v_2 p(t), \\ v_1 = \frac{r+1}{2} + \operatorname{sgn}(e(0)) \frac{r-1}{2} \in \mathbb{R}, \\ v_2 = \frac{r+1}{2} + \operatorname{sgn}(e(0)) \frac{1-r}{2} \in \mathbb{R}, \end{cases} \quad (8)$$

其中: $e(t) \in \mathbb{R}$ 表示系统跟踪误差; $p(t) \in \mathbb{R}$ 表示性

能函数; $r \in [0, 1]$ 是一个常数, 可以限制误差的最大超调量. $\operatorname{sgn} x$ 为符号函数,

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases} \quad (9)$$

图1可以形象的描述式(8). $e(0) \in \mathbb{R}$ 大于0, 那么 $v_1 = r, v_2 = 1$, 于是 $e(t)$ 被限制在由 $p(t)$ 和 $-rp(t)$ 组成的函数包络内, 而这两条函数组成的包络包含了控制系统的收敛速度、超调量和稳态误差等信息, 那么 $e(t)$ 的整个响应过程将满足用户设定的性能指标.

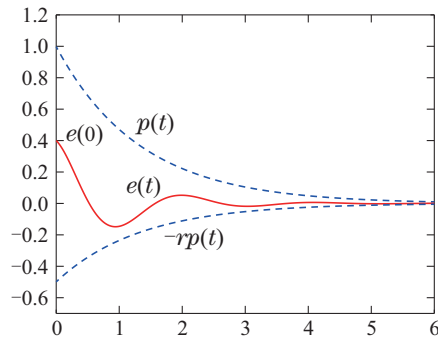


图1 预设性能函数变化曲线

Fig. 1 Curves of prescribed performance function

文献[12–13, 16–17, 20–24]中的性能函数均被设计为指数函数的形式: $p(t) = (p_0 - p_\infty) e^{-\alpha t} + p_\infty$, 只有当 $t \rightarrow \infty$ 时, $p(t) \rightarrow p_\infty$. 那么指数函数形式的性能函数显然不能使闭环控制系统在有限时间内收敛的, 因此, 为使闭环控制系统实现约定时间收敛, 本文设计性能函数为如下形式:

$$p(t) = \begin{cases} p_0(1 - \frac{t}{T})^2 + p_\infty, & t < T, \\ p_\infty, & t \geq T, \end{cases} \quad (10)$$

式(10)定义的性能函数在 $t \rightarrow T$ 时, $p(t) \rightarrow p_\infty$, 而 T 是由用户自己定义的一个时间参数, 用来约束闭环控制系统的收敛时间, 被称为预设时间或约定时间. 可结合下文的仿真实验进行理解.

注 2 下文所有的 T 均为式(10)中的 T . 此外, 式(10)中只需要计算2次幂, 计算量远小于文献[12–13, 16–17, 20–24]中的性能函数.

有限时间稳定^[30]的思想是在有限时间内使控制系统的跟踪误差收敛到0. 但现实中的系统存在各种各样的限制, 比如计算精度、执行机构输出精度、外部扰动等. 所以产生了实际有限时间稳定的概念, 即在有限时间内使系统收敛到某个包含平衡点的邻域内, 该邻域便是系统稳态误差. 文献[19]定义了约定时间稳定的概念, 即在预设的时间内系统的状态跟踪误差收敛到设定的误差区域内. 此概念可认为是实际有限时间稳定的一种延伸. 对于航天器编队, 若设计控制器使其编队误差被限制在由式(8)组成的性能函数包

络内, 性能函数为式(10), 当 $t \rightarrow T$ 时, 编队误差必收敛到设定的误差区域 $(p_\infty, -rp_\infty)$ 内, 那么便称航天器编队控制系统实现约定时间收敛。

3.2 预设性能控制器设计

对航天器 i 的状态跟踪误差 \tilde{x}_i 求二阶导可得

$$M_i \ddot{\tilde{x}}_i + C_i \dot{\tilde{x}}_i + N_i \tilde{x}_i + M_i \tilde{x}_i^d + C_i \dot{\tilde{x}}_i^d + N_i \tilde{x}_i^d = B_i u_i + d_i. \quad (11)$$

定义航天器 i 的编队误差为

$$e_i = \tilde{x}_i + \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\tilde{x}_i - \tilde{x}_j) \in \mathbb{R}^6, \quad (12)$$

基于式(8), 定义第 i 个航天器的编队误差性能满足如下条件:

$$-v_{1i,m} p(t) < e_{i,m}(t) < v_{2i,m} p(t), \quad m = 1, 2, \dots, 6, \quad (13)$$

式中的 $p(t)$ 为式(10)所定义的函数, 且有

$$\begin{cases} v_{1i} = [v_{1i,1} \ \dots \ v_{1i,6}]^T = \\ \quad \frac{r+1}{2} + \text{sgn}(e_i(0)) \frac{r-1}{2}, \\ v_{2i} = [v_{1i,1} \ \dots \ v_{1i,6}]^T = \\ \quad \frac{r+1}{2} + \text{sgn}(e_i(0)) \frac{1-r}{2}. \end{cases} \quad (14)$$

通过误差变换把式(13)定义的不等式约束转化为无约束形式. 定义误差变换函数

$$e_{i,m}(t) = p(t) f(\varepsilon_{i,m}),$$

令 $\Lambda_{i,m} = \frac{e_{i,m}(t)}{p(t)} \in \mathbb{R}$, 那么 $f(\varepsilon_{i,m})$ 的逆变换可写为

$$\varepsilon_{i,m} = f^{-1}\left(\frac{e_{i,m}(t)}{p(t)}\right) = f^{-1}(\Lambda_{i,m}), \quad (15)$$

取 $f^{-1}(\cdot)$ 为对数函数形式

$$\varepsilon_{i,m} = \ln\left(\frac{v_{2i,m}(v_{1i,m} + \Lambda_{i,m})}{v_{1i,m}(v_{2i,m} - \Lambda_{i,m})}\right) \in \mathbb{R}, \quad m = 1, \dots, 6, \quad (16)$$

其定义域为

$$\Theta := (-v_{1i,m}, v_{2i,m}), \quad (17)$$

观察式(16)可以发现, 若 $\varepsilon_{i,m}$ 有界, 那么 $\Lambda_{i,m}$ 满足 $-v_{1i,m} < \Lambda_{i,m} < v_{2i,m}$, 进而 $e_{i,m}$ 满足式(13), 于是问题便转化为设计控制器使 $\varepsilon_{i,m}$ 有界。

对式(15)微分可得

$$\dot{\varepsilon}_{i,m} = \zeta_{i,m} (\dot{e}_{i,m}(t) + \eta e_{i,m}(t)), \quad (18)$$

其中

$$0 \leq \eta = -\frac{\dot{p}(t)}{p(t)} < \frac{2}{T},$$

$$0 < \zeta_{i,m} = \frac{v_{1i,m} + v_{2i,m}}{(v_{1i,m} + \Lambda_{i,m})(v_{2i,m} - \Lambda_{i,m})} \frac{1}{p(t)}. \quad (19)$$

引理 7^[20] $\exists \mu_1, \mu_2 > 0$, 使得

$$|\Lambda_{i,m}| < \mu_1 |\varepsilon_{i,m}|, \quad |\Lambda_{i,m}|^2 < \mu_2 \varepsilon_{i,m} \xi_{i,m} \Lambda_{i,m}. \quad (20)$$

定义 $\varepsilon_i = [\varepsilon_{i,1} \ \dots \ \varepsilon_{i,6}]^T \in \mathbb{R}^6$ 为转换后的编队误差, 其导数为

$$\dot{\varepsilon}_i = \xi_i (\dot{e}_i + \eta e_i), \quad (21)$$

其中 $\xi_i = \text{diag}\{\xi_{i,1}, \dots, \xi_{i,6}\} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角阵. 为实现约定时间编队且尽可能减小计算量, 第 i 个航天器的控制器设计为

$$u_i = -B_i^{-1} (k_{1i} \varepsilon_i + k_{2i} \dot{\varepsilon}_i), \quad (22)$$

其中 k_{1i}, k_{2i} 为大于 0 的常数。

注 3 从式(22)可看出控制器中不含任何转动惯量和质量信息. 与传统的有限时间控制方法相比不含分数阶项和符号函数, 所以不会有系统震颤的问题, 且计算量较小. 由于姿轨耦合主要体现在 B_i 中, 所以控制器中的 B_i^{-1} 起到解耦作用, $k_{1i} \varepsilon_i + k_{2i} \dot{\varepsilon}_i$ 类似于 PD 控制项。

3.3 稳定性分析

定理 1 在控制器(22)的作用下, 式(13)定义的性能指标能够在整个时间域上实现, 且航天器编队控制系统中航天器 i 的编队误差 e_i 将在预设的时间 T 内收敛到预设的稳态误差区域内。

证 第 1 步, 证明存在时间区间 $[0, \tau_{\max})$, 在该区间内 ε_i, ξ_i 能够被定义. 根据 Λ_i 的定义, 有

$$\dot{\Lambda}_i = \frac{\dot{e}_i p(t) - e_i \dot{p}(t)}{p^2(t)} = h(\Lambda_i, \dot{\Lambda}_i, t), \quad (23)$$

当初始误差 $e_i(0)$ 满足式(13)所设的性能约束, 则定义的归一化误差初始值 $\Lambda_i(0)$ 满足

$$\Lambda_i(0) \in \mathcal{U}_i = (-v_{1i,1}, v_{2i,1}) \times (-v_{1i,2}, v_{2i,2}) \times (-v_{1i,3}, v_{2i,3}) \times (-v_{1i,4}, v_{2i,4}) \times (-v_{1i,5}, v_{2i,5}) \times (-v_{1i,6}, v_{2i,6}), \quad (24)$$

由于航天器状态跟踪误差动力学方程是 Lipschitz 的, 那么 $h(\Lambda_i, \dot{\Lambda}_i, t)$ 对于 Λ_i 是连续、局部可积且 Lipschitz 的, 根据引理 3, 式(23)存在最大时间解, 即存在 $t \in [0, \tau_{\max})$, 式(23)的解为 $\Lambda_i: [0, \tau_{\max}) \rightarrow \mathcal{U}_i$. 由 ε_i, ξ_i 的定义可知, 他们的定义域为 \mathcal{U}_i , 于是第 1 步得证。

第 2 步, 证明在控制器(22)作用下, 协同误差 $e_i(t)$ 在局部时间域 $t \in [0, \tau_{\max})$ 内是稳定的. 令

$$\varepsilon = [\varepsilon_1^T \ \dots \ \varepsilon_n^T]^T,$$

$$\tilde{X} = [\tilde{x}_1^T \ \dots \ \tilde{x}_n^T]^T \in \mathbb{R}^{6n},$$

$$E = [e_1^T \ \dots \ e_n^T]^T \in \mathbb{R}^{6n}.$$

根据式(12), 则有

$$E = ((I_n + L) \otimes I_6) \tilde{X} = H \tilde{X}, \quad (25)$$

其中: I_n 表示 $n \times n$ 的单位矩阵, \otimes 表示 Kronecker 乘

积. 由假设3可知, $I_n + L$ 对称且正定.

令 $\Xi = \text{diag}\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\} \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}$, 根据式(21), 则有

$$\dot{\varepsilon} = \Xi(\dot{E} + \eta E). \quad (26)$$

基于式(11), 合并 n 个航天器的误差动力学方程

$$\begin{aligned} M^* \ddot{\tilde{X}} + C^* \dot{\tilde{X}} + N^* \tilde{X} + M^* \ddot{X}^d + \\ C^* \dot{X}^d + N^* X^d = B^* U + D, \end{aligned} \quad (27)$$

其中:

$$\begin{cases} M^* = \text{diag}\{M_1, \dots, M_n\} \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}, \\ C^* = \text{diag}\{C_1, \dots, C_n\} \in \mathbb{R}^{6n \times 6n} \\ N^* = \text{diag}\{N_1, \dots, N_n\} \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}, \\ B^* = \text{diag}\{B_1, \dots, B_n\} \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}, \\ X^d = [x_1^d \ \dots \ x_n^d]^T, \\ U = [u_1 \ \dots \ u_n]^T \in \mathbb{R}^{6n}, \\ D = [d_1 \ \dots \ d_n]^T \in \mathbb{R}^{6n}. \end{cases} \quad (28)$$

根据式(22), 有

$$U = -(B^*)^{-1}(K_1 \varepsilon + K_2 \dot{E}), \quad (29)$$

其中: $K_1 = \text{diag}\{k_{11}, \dots, k_{1n}\} \otimes I_6$, $K_2 = \text{diag}\{k_{21}, \dots, k_{2n}\} \otimes I_6$. 设李雅普诺夫函数为

$$V = \frac{1}{2} \dot{E}^T H^{-T} M^* H^{-1} \dot{E} + \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon,$$

显然正定. 对 V 求导, 然后代入式(25)-(27)(29), 并根据引理1可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = \varepsilon^T \Xi(\dot{E} + \eta E) + \\ \dot{E}^T H^{-T} (-K_1 \varepsilon - K_2 \dot{E} - N^* \tilde{X}) - \\ \dot{E}^T H^{-T} (M^* \ddot{X}^d + C^* \dot{X}^d + N^* X^d - D), \end{aligned} \quad (30)$$

令 $\Delta = -(M^* \ddot{X}^d + C^* \dot{X}^d + N^* X^d - D)$, 根据式(19)和引理6, 式(30)变为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\dot{E}^T H^{-T} K_2 \dot{E} - \dot{E}^T (-\Xi + H^{-T} K_1) \varepsilon + \\ & \frac{1}{2} (\|\dot{E}\|^2 + \|H^{-T} N^* H^{-1} E\|^2) + \\ & \frac{1}{2} (\|\dot{E}\|^2 + \|H^{-T} \Delta\|^2) + \frac{2}{T} \varepsilon^T \Xi E, \end{aligned} \quad (31)$$

假设 $(-\Xi + H^{-T} K_1)$ 正定, 由于 K_1 是可以自己设计的, 所以假设成立. 由引理5和引理7可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & (1 - \sigma_{\min}(H^{-T}) \min(K_2)) \dot{E}^T \dot{E} + \\ & \sigma_{\max}(\lambda_1(-\Xi + H^{-T} K_1)) \dot{E}^T \dot{E} + \\ & (-\lambda_2 \sigma_{\min}(H^{-T}) \min(K_1)) \varepsilon^T \varepsilon + \\ & (\lambda_2 \sigma_{\max}(\Xi) + \frac{2}{T} \sigma_{\max}(\Xi) \mu_4) \varepsilon^T \varepsilon + \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \sigma_{\max}^2(H^{-T} N^* H^{-1}) \mu_3 \varepsilon^T \varepsilon + \frac{1}{2} \|H^{-T} \Delta\|^2, \quad (32)$$

其中: μ_3, μ_4 为大于0的常数; λ_1, λ_2 为关于 \dot{E}, ε 的函数, 且 $\lambda_2 \geq 0$. 接下来分两种情况讨论.

1) 当 $\lambda_2 = 0$ 时, 以引理5中定义的 λ_1 函数形式作为下文的 λ_1 , 由于 $\lambda_2 = 0$, 则有 $\varepsilon^T \varepsilon = 0$, 于是有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & (1 - \sigma_{\min}(H^{-T}) \min(K_2)) \dot{E}^T \dot{E} + \\ & \sigma_{\max}(\lambda_1(-\Xi + H^{-T} K_1)) \|\dot{E}\|^2 + \\ & \frac{1}{2} \|H^{-T} \Delta\|^2, \end{aligned} \quad (33)$$

由假设1可得 $\frac{1}{2} \|H^{-T} \Delta\|^2 \leq \Delta_{\max}$, $\Delta_{\max} \geq 0$, 可以设计 K_1, K_2 使

$$\min(K_2) \geq \frac{1 + \sigma_{\max}(\lambda_1(-\Xi + H^{-T} K_1))}{\sigma_{\min}(H^{-T})},$$

那么 \dot{E} 将收敛到某个包含原点的有界区域中.

注4 这种情况只在某个时刻或系统已经稳定时出现, 因为, 如果 \dot{E} 不为0, $\varepsilon^T \varepsilon$ 不会一直为0, 那么 λ_2 也不为0.

2) 当 $\lambda_2 \neq 0$ 时,

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & (1 - \sigma_{\min}(H^{-T}) \min(K_2)) \dot{E}^T \dot{E} + \\ & \sigma_{\max}(\lambda_1(-\Xi + H^{-T} K_1)) \dot{E}^T \dot{E} - \\ & \lambda_2 \sigma_{\min}(H^{-T}) \min(K_1) \varepsilon^T \varepsilon + \\ & (\lambda_2 \sigma_{\max}(\Xi) + \frac{2}{T} \sigma_{\max}(\Xi) \mu_4) \varepsilon^T \varepsilon + \\ & \frac{1}{2} \sigma_{\max}^2(H^{-T} N^* H^{-1}) \mu_3 \varepsilon^T \varepsilon + \frac{1}{2} \|H^{-T} \Delta\|^2, \end{aligned} \quad (34)$$

若设计 K_1, K_2 使

$$\begin{aligned} 1 - \sigma_{\min}(H^{-T}) \min(K_2) + \\ \sigma_{\max}(\lambda_1(-\Xi + H^{-T} K_1)) \leq \\ -\frac{1}{2} \beta \sigma_{\max}(H^{-T} M^* H^{-1}) \end{aligned} \quad (35)$$

和

$$\begin{aligned} \lambda_2 \sigma_{\max}(\Xi) + \frac{2}{T} \sigma_{\max}(\Xi) \mu_4 - \\ \lambda_2 \sigma_{\min}(H^{-T}) \min(K_1) + \\ \frac{1}{2} \sigma_{\max}^2(H^{-T} N^* H^{-1}) \mu_3 \leq -\frac{1}{2} \beta, \end{aligned} \quad (36)$$

其中 β 为大于0的常数, 则有 $\dot{V} \leq -\beta V + \Delta_{\max}$.

综上所述, 在局部时间域 $[0, \tau_{\max})$ 内, ε, \dot{E} 都将收敛到有界区域内.

由于 $A_i \rightarrow \varepsilon_i$ 的映射是一一映射, 所以有

$$A_i \in \mathcal{U}'_i \subset \mathcal{U}_i, \quad \forall t \in [0, \tau_{\max}), \quad (37)$$

其中 \mathcal{U}'_i 为紧集且 $\mathcal{U}'_i \neq \mathcal{U}_i$, \mathcal{U}_i 与式(24)中定义的一致. 因此, 式(13)所定义的预设性能能够在局部时间域

$t \in [0, \tau_{\max})$ 实现.

第3步, 证明局部时间域 $t \in [0, \tau_{\max})$ 中的 $\tau_{\max} \rightarrow \infty$. 若 $\tau_{\max} < \infty$. 由引理4可知, 必存在一个时间 $t^* \in [0, \tau_{\max})$, 使得 $\Lambda_i(t^*) \notin \mathcal{U}'_i$, 这显然与式(37)矛盾.

由上述证明可得, 式(13)在整个时间域上成立, 所以设计的控制器能够使得编队误差 e_i 在整个时间域上的响应过程符合预设的性能指标. 进而编队系统可以在有限时间内收敛, 且收敛性能满足预设的性能指标. 综上所述, 定理1得证. 证毕.

4 仿真结果与分析

假设有4个航天器接收到一个正方形构型的绕飞编队任务, 所有航天器姿态需指向同一方向, 且任务紧急, 需要航天器在85 s内完成任务. 其通信拓扑如图2所示.

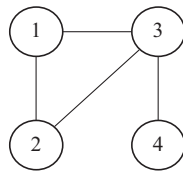


图2 航天器通信拓扑图

Fig. 2 Topology of spacecraft communication

假设星群参考点的轨道偏心率为0, 轨道倾角为 30° , 升交点赤经为 45° , 轨道半径为 $R_c = 6678140$ m, 则式(3)中 $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{\mu}{R_c^3}}$, $\mu = 3.9860044 \times 10^{14}$. 编队航天器的参数如表1所示.

注5 为方便仿真实验的设计, 初始姿态直接用MRPs表示了, 省略了MRPs与欧拉角等姿态表示方法的转换过程, 因为这不会影响到验证控制算法的有效性.

设定各航天器与参考点之间的最大距离为 $\rho_{\max} = 3000$ m, 根据表1可获得4个航天器的期望状态、初始位姿及其导数. 假设所有航天器的最大控制力为20 N, 最大控制力矩为0.05 Nm. 控制器参数设计为式(10)中 $p_0 = 1, p_\infty = 10^{-5}, T = 85$ s, 式(13)中 $r = 1$, 式(22)中 $k_{1i} = 11, k_{2i} = 2000, i = 1, 2, 3, 4$. 本文与PD控制器做了对比仿真, PD控制器的参数设置为 $k_{pi} = 80, k_{di} = 460, i = 1, 2, 3, 4$. 4个航天器受到的外部扰动为

$$F_{di} = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} \sin(0.1t) + 3\cos(0.05t) + 7\cos(0.005t) \\ \sin(0.1t) + 3\cos(0.05t) + 7\cos(0.005t) \\ \sin(0.1t) + 3\cos(0.05t) + 7\cos(0.005t) \end{bmatrix},$$

$$\tau_{di} = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} \sin(0.1t) + 3\cos(0.05t) \\ \sin(0.1t) + 3\cos(0.05t) \\ \sin(0.1t) + 3\cos(0.05t) \end{bmatrix},$$

$i = 1, 2, 3, 4$.

表1 编队航天器参数表

Table 1 Formation spacecraft parameter table

名称	数值
质量、惯量	$m_i = 50$ kg, $i = 1, \dots, 4$, $J_i = \text{diag}\{10, 12, 19\}$ kg · m ² .
初始位置	$\rho_1(0) = [400 \ 200 \ 0]^T$ m, $\rho_2(0) = [200 \ 150 \ 30]^T$ m, $\rho_3(0) = [-30 \ 50 \ 90]^T$ m, $\rho_4(0) = [10 \ -150 \ -60]^T$ m.
初始姿态	$\sigma_1(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$, $\sigma_2(0) = [0.05 \ 0.1 \ 0.02]^T$, $\sigma_3(0) = [0.03 \ 0.01 \ 0.04]^T$, $\sigma_4(0) = [0.3 \ 0.01 \ 0.015]^T$.
初始速度	$\dot{\rho}_1(0) = [0 \ -0.2 \ -0.11]^T$ m/s, $\dot{\rho}_2(0) = [0.01 \ 0.1 \ -0.3]^T$ m/s, $\dot{\rho}_3(0) = [0.01 \ -0.2 \ -0.05]^T$ m/s, $\dot{\rho}_4(0) = [-0.01 \ 0.1 \ -0.15]^T$ m/s.
初始角速度	$w_i(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$ rad/s, $i = 1, \dots, 4$.
期望位置	$\rho_i^d = \begin{bmatrix} 80\sin(0.01t + \frac{i\pi}{2}) \\ 80\cos(0.01t + \frac{i\pi}{2}) \\ 80\sin(0.01t + \frac{i\pi}{2}) \end{bmatrix}$ m, $i = 1, \dots, 4$.
期望姿态	$\sigma_i^d = [0.2 \ 0.2 \ 0.2]^T, i = 1, \dots, 4$.

仿真结果如图3-7所示, 其中图3给出了两种控制方法下4个航天器的编队误差 e_i 变化曲线, 本文预设了航天器编队误差 e_i 的超调量(指标为100%)、收敛时间(85 s)、稳态误差(归一化值: $< 10^{-5}$). 其中稳态误差包括姿态编队稳态误差和轨道编队稳态误差, 去归一化之后姿态编队的稳态误差指标为 $< 10^{-5}$, 去归一化之后轨道编队的稳态误差指标为 < 0.03 m. 从图3可看出, 本文控制器满足设定的所有性能指标, 且稳态误差远远小于 10^{-5} , 图4给出了本文控制器作用下去归一化之后的姿态与轨道编队稳态误差, 可看出航天器姿态编队的稳态误差小于 6×10^{-9} , 轨道编队的稳态误差小于 2×10^{-7} m, 这表明本文的控制器可实现高精度的航天器编队; 而从图3可看出PD控制器作用下闭环控制系统在大约180 s才稳定下来, 且稳态误差为 10^{-4} , 因此, PD控制器只能使闭环控制系统满足超调量指标. 图5为两种控制方法下各航天器的三轴控制力矩的对比, 可以看到PD方法出现控制输入饱和的时间更长. 图6为两种控制方法下各航天器的三轴控制力的对比, 与控制力矩一样, PD方法出现控制力输入饱和的时间也 longer, 这会使航天器浪费更多的燃料. 图7为本文控制器作用下编队中各航天器在LV-

LH系下的运动轨迹, 从该图中也可直观的看出航天器能够最终形成期望的编队构型。

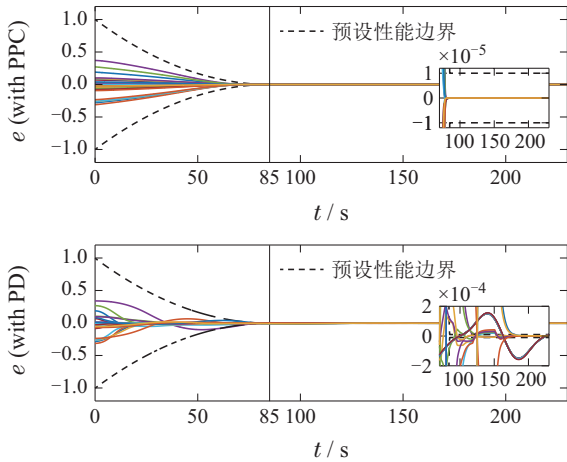


图3 两种控制器作用下的编队误差

Fig. 3 Formation error under two controllers

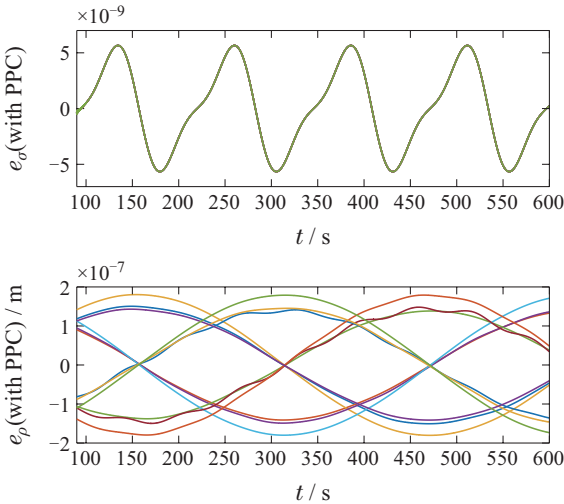


图4 PPC控制器作用下姿态与轨道协同误差的稳态性能

Fig. 4 Steady-state performance of attitude and orbital coordination error under the PPC controller

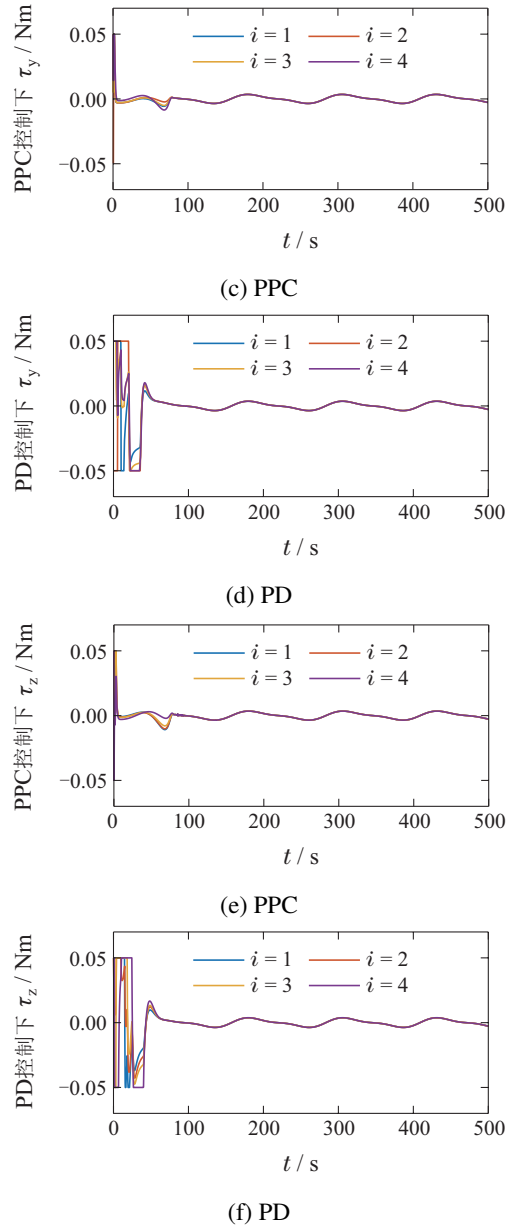
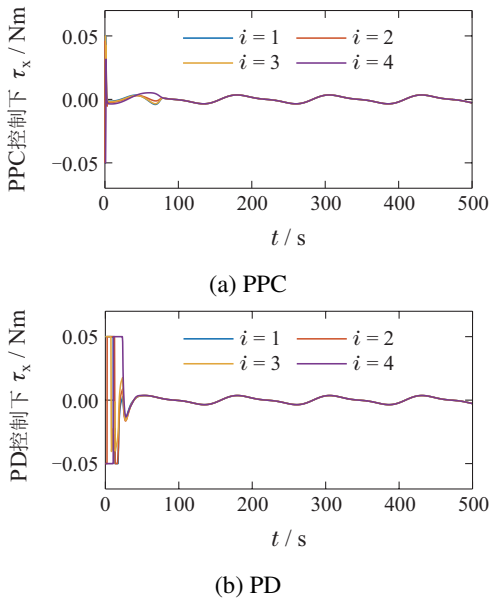
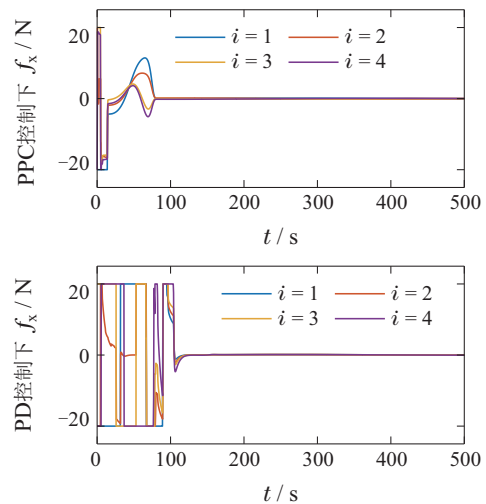


图5 两种控制方法下各航天器的三轴控制力矩
Fig. 5 The three-axis control torque of each spacecraft under the two controller



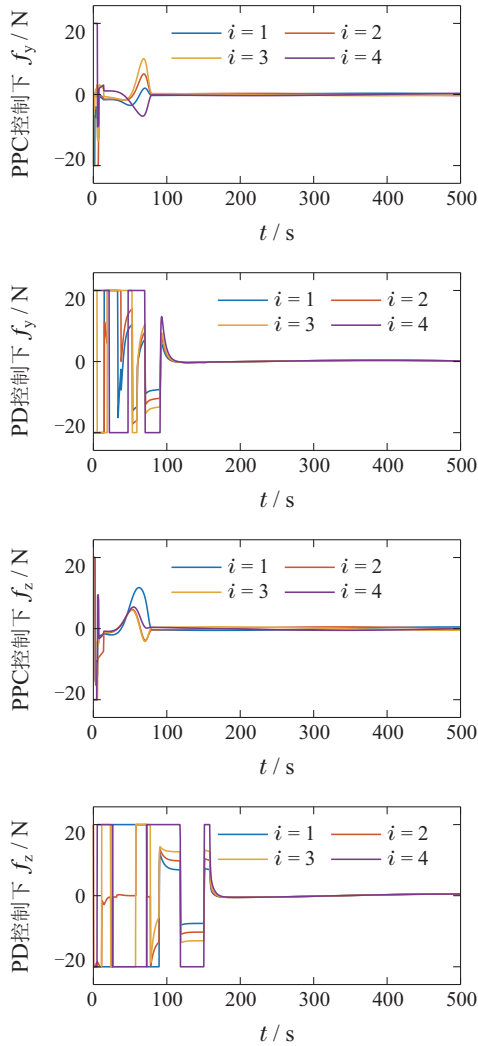


图 6 两种控制方法下各航天器的三轴控制力

Fig. 6 The three-axis control force of each spacecraft under the two controller

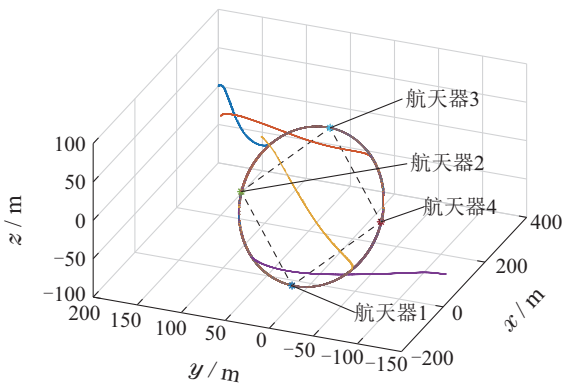


图 7 编队航天器在LVLH系下的运动轨迹

Fig. 7 Trajectory of the formation spacecraft under the LVLH coordinate system

5 结论

针对航天器有限时间编队姿轨耦合协同控制问题, 提出一种低复杂度的约定时间编队姿轨耦合协同控

制器, 实现了在设定时间内控制航天器形成编队运动, 经过仿真验证, 得到如下结论:

1) 所设计的控制器能够使航天器在设定时间内实现编队任务, 且不需要航天器转动惯量和质量等信息.

2) 与已有的文献^[1-8]相比, 本文提出的控制器能够实现有限时间收敛, 而与已有的有限时间控制器^[9-10]相比, 本文的控制器不仅计算量小, 不会出现震颤现象, 而且能够使航天器编队控制系统响应过程满足用户设定的暂态和稳态性能.

综上, 本文所设计的控制器计算复杂度低, 控制精度高, 并且能够使航天器编队系统误差在指定时间内收敛到设定的稳态区域内, 具有一定的理论与应用价值.

参考文献:

- [1] ZHOU Jiakang, HU Qinglei, MA Guangfu, et al. Cooperative attitude and translation control of satellite formation flying using consensus algorithm. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(4): 825 – 832.
(周稼康, 胡庆雷, 马广富, 等. 基于一致性算法的卫星编队姿轨耦合的协同控制. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(4): 825 – 832.)
- [2] XU Ying, ZHANG Jin. Attitude-orbit coupling method for multi-satellite collaborative proximity control of rotating target. *Journal of Dynamics and Control*, 2021, 19(2): 22 – 31.
(徐影, 张进. 旋转目标的多星协同近距离姿轨耦合控制. *动力学与控制学报*, 2021, 19(2): 22 – 31.)
- [3] LIU Zengbo, QIAO Jianzhong, GUO Lei, et al. Nonlinear disturbance observer based control for relative position and attitude coupled spacecraft. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2020, 46(10): 1907 – 1915.
(刘增波, 乔建忠, 郭雷, 等. 基于非线性干扰观测器的航天器相对姿轨耦合控制. *北京航空航天大学学报*, 2020, 46(10): 1907 – 1915.)
- [4] LIN X, SHI X, LI S. Adaptive tracking control for spacecraft formation flying system via modified fast integral terminal sliding mode surface. *IEEE Access*, 2020, 8: 198357 – 198367.
- [5] WANG Y K, SHI J, TIAN J F. Attitude and orbit coupled control and simulation of spacecraft formation by using intelligent adaptive control based on characteristic model. *International Conference on Aircraft Utility Systems (AUS)*. Beijing: IEEE, 2016: 1 – 6.
- [6] GUO Y, ZHOU J, LIU Y. Distributed RISE control for spacecraft formation reconfiguration with collision avoidance. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(10): 5332 – 5352.
- [7] CHO H. Energy-optimal reconfiguration of satellite formation flying in the presence of uncertainties. *Advances in Space Research*, 2021, 67(5): 1454 – 1467.
- [8] XU N, LIN J, MIAO Y, et al. Fuel-optimal predictive control of satellite formation keeping based on genetic algorithm. *The 28th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*. Vancouver: IEEE, 2019: 527 – 532.
- [9] LI S, LIU C, SUN Z. Finite-time distributed hierarchical control for satellite cluster with collision avoidance. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 114: 106750.
- [10] LIU R, CAO X, LIU M, et al. 6-DOF fixed-time adaptive tracking control for spacecraft formation flying with input quantization. *Information Sciences*, 2019, 475: 82 – 99.
- [11] BECHLIOLIS C P, ROVITHAKIS G A. Prescribed performance adaptive control of SISO feedback linearizable systems with distur-

- bances. *The 16th Mediterranean Conference on Control and Automation*. Ajaccio: IEEE, 2008: 1035 – 1040.
- [12] ZHAO Jing, WANG Yan, CHEN Yuqing. Improved motion control of manipulator by prescribed performance control algorithm. *Advanced Engineering Sciences*, 2020, 52(2): 140 – 147.
(赵京, 王炎, 陈雨青. 预设性能控制算法对机械臂运动控制的改进. *工程科学与技术*, 2020, 52(2): 140 – 147.)
- [13] ZHANG Guoguang, YANG Chong. The research of AUV tracking control based on prescribed performance control combined with terminal sliding mode. *Ship Science and Technology*, 2020, 42(23): 92 – 96.
(张国光, 杨冲. 基于终端滑模及预设性能控制的水下航行器轨迹跟踪研究. *舰船科学技术*, 2020, 42(23): 92 – 96.)
- [14] MA Guangfu, ZHU Qinghua, WANG Pengyu, et al. Adaptive prescribed performance attitude tracking control for spacecraft via terminal sliding mode technique. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2018, 39(6): 141 – 151.
(马广富, 朱庆华, 王鹏宇, 等. 基于终端滑模的航天器自适应预设性能姿态跟踪控制. *航空学报*, 2018, 39(6): 141 – 151.)
- [15] YIN Z, SULEMAN A, LUO J, et al. Appointed-time prescribed performance attitude tracking control via double performance functions. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 93: 105337.
- [16] HU Y, GENG Y, WU B, et al. Model-free prescribed performance control for spacecraft attitude tracking. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2020, 29(1): 165 – 179.
- [17] LUO J, YIN Z, WEI C, et al. Low-complexity prescribed performance control for spacecraft attitude stabilization and tracking. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 74: 173 – 183. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.ast.2018.01.002>.
- [18] ZHAO D, JIN K, WEI C. On novel adaptive coordinated control for spacecraft formation: An adjustable performance approach. *IEEE Access*, 2021, 9: 96799 – 96813. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3095116.
- [19] WEI C, LUO J, YIN Z, et al. Leader-following consensus of second-order multi-agent systems with arbitrarily appointed-time prescribed performance. *IET Control Theory & Applications*, 2018, 12(16): 2276 – 2286.
- [20] KARAYIANNIDIS Y, DOULGERI Z. Model-free robot joint position regulation and tracking with prescribed performance guarantees. *Robotics and Autonomous Systems*, 2012, 60(2): 214 – 226.
- [21] HU Yunan, GENG Baoliang, ZHAO Yongtao. Prescribed performance backstepping control of strict feedback nonlinear systems. *Control and Decision*, 2014, 29(8): 1509 – 1512.
(胡云安, 耿宝亮, 赵永涛. 严格反馈非线性系统预设性能backstepping控制器设计. *控制与决策*, 2014, 29(8): 1509 – 1512.)
- [22] TAO Jiawei, ZHANG Tao. Coupled control of relative position and attitude for spacecraft proximity operations with prescribed performance. *Systems Engineering and Electronics*, 2019, 41(5): 1103 – 1109.
(陶佳伟, 张涛. 具有预设性能的近距离星间相对姿轨耦合控制. *系统工程与电子技术*, 2019, 41(5): 1103 – 1109.)
- [23] ZHOU Z G, ZHANG Y A, SHI X N, et al. Robust attitude tracking for rigid spacecraft with prescribed transient performance. *International Journal of Control*, 2017, 90(11): 2471 – 2479.
- [24] MEHDIFAR F, BECHLIOLIS C P, HASHEMZADEH F, et al. Prescribed performance distance-based formation control of multi-agent systems. *Automatica*, 2020, 119: 109086. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.automatica.2020.109086>.
- [25] RAN Dechao. *Research on coordinated control for spacecraft formation under complex communication conditions*. Changsha: National University of Defense Technology, 2017.
(冉德超. 复杂通信下航天器编队协同控制方法研究. 长沙: 国防科技大学, 2017.)
- [26] CLOHESSEY W H, WILTSHIRE R S. Terminal guidance system for satellite rendezvous. *Journal of the Aerospace Sciences*, 1960, 27(9): 653 – 658.
- [27] ZHANG C H, YANG G H. Event-triggered practical finite-time output feedback stabilization of a class of uncertain nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(10): 3078 – 3092.
- [28] BECHLIOLIS C P, ROVITHAKIS G A. A low-complexity global approximation-free control scheme with prescribed performance for unknown pure feedback systems. *Automatica*, 2014, 50(4): 1217 – 1226.
- [29] CAO Liang. *Intelligent control of uncertain nonlinear systems based on event-triggered mechanism*. Guangzhou: Guangzhou University of Technology, 2019.
(曹亮. 基于事件触发机制的不确定非线性系统智能控制研究. 广州: 广东工业大学, 2019.)
- [30] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751 – 766.

作者简介:

刘岩 硕士研究生, 目前研究方向为航天器编队控制, E-mail: liuyan1631998@163.com;

曹璐 研究员, 博士生导师, 目前研究方向为卫星导航与控制, E-mail: caolu_space2015@163.com;

秦开宇 教授, 博士生导师, 目前研究方向为测控及通信技术、导航制导与控制, E-mail: kyqin@uestc.edu.cn;

肖冰 教授, 博士生导师, 目前研究方向为人工智能在航天中的应用, E-mail: xiaobing@nwpu.edu.cn;

施孟佶 讲师, 目前研究方向为飞行器集群智能协同控制方案设计及应用, E-mail: maangat@126.com;

李维豪 博士研究生, 目前研究方向为多智能体系统协同控制以及非最小相位系统, E-mail: liweihao@std.uestc.edu.cn.