第 27 卷第 2 期
2010 年 2 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 27 No. 2
Feb. 2010

文章编号: 1000−8152(2010)02−0138−05

带有无穷分布时滞的不确定系统的鲁棒H_∞滤波器设计

马大中, 王占山, 冯 健, 张化光

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 针对一类在系统的状态方程与可测输出中都包含有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统, 提出一种新颖的鲁棒H_∞滤波器的设计方法. 设计的鲁棒H_∞滤波器可以保证对于带有时变且范数有界的参数不确定性的滤波误差系统是渐近稳定的, 并且满足所给定的H_∞性能指标. 鲁棒H_∞滤波器可以通过线性矩阵不等式方法获得. 通过一个数值的例子验证了该方法的有效性.

关键词: 无穷分布时滞; 鲁棒H_∞滤波器; 线性矩阵不等式; 不确定系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Robust H-infinity filter design for a class of uncertain systems with infinitely distributed time delay

MA Da-zhong, WANG Zhan-shan, FENG Jian, ZHANG Hua-guang

(College of Information Science and Engineering, Northeasten University, Shenyang Liaoning 110004, China)

Abstract: A robust H-infinity filter is proposed for a class of system with parameter uncertainties and nonlinear infinitely distributed delay in both the state and measurement equations. The robust H-infinity filter guarantees the filter error system with parameter uncertainties to be stable and to satisfy the prescribed H-infinity performance requirements. The robust H-infinity filter can be solved by using the linear matrix inequality(LMI) technique. The effectiveness of proposed design method is demonstrated by a numerical example.

Key words: infinitely distributed delay; robust H-infinity filter; linear matrix inequality(LMI); uncertain systems

1 引言(Introduction)

时滞在许多的实际系统中都普遍存在, 如通讯系统、电力系统、化工系统及生物系统等. 由于时滞的存在可以引起系统的不稳定以及使系统的性能指标变坏, 因此现在有大量的研究人员致力于时滞系统的研究[1~14]. 在现有的研究成果中, 大多数的结果考虑了离散时滞和有限分布时滞[4,5], 而很少考虑到无穷分布时滞. 但是, 无穷分布时滞广泛存在于实际的系统中, 如运动图像处理, 联想记忆, 材料热加工等系统[2,3]. 近年来, H_∞滤波的问题已经受到了人们广泛的关注[6~14]. 一般地, H_∞滤波问题可以归结为设计一个滤波器使滤波误差系统渐近稳定并且在存在干扰噪声的环境中满足一定的性能指标. 文献[6~9]针对连续的和离散的线性时滞系统分别对存在条件为时滞独立和时滞依赖的H_∞滤波器的设计进行了研究. 文献[10]对一类中立型系统进行了H_∞滤波器设计. 文献[11,12]分别对带有混合时滞的Markov跳跃系统和带有非线性时变时滞的系统进行了H_∞滤波器设计. 文献[13,14]对带有时变分布时滞和时不变分布时滞系统设计了H_∞滤波器. 据我们所知, 目前尚没有文献对带有无穷分布时滞的参数不确定系统进行H_∞滤波器设计. 然而, 从客观事实来看, 无穷分布时滞更能反映事物的本质[15]. 带有无穷分布时滞的非线性系统包含了n个带有时滞的非线性系统, 所以离散时滞系统是连续无穷分布时滞系统的特殊情形. 因此, 研究带有无穷分布时滞系统的滤波问题与研究带有其他时滞类型系统的滤波器设计问题具有同样重要的意义, 但是现有的针对于有限分布时滞的处理方法并不适用于处理无穷分布时滞的情况.

基于上述讨论, 本文的主要工作是针对一类带有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统的鲁棒H_∞滤波器设计问题进行研究, 其中系统的参数不确定性是时变且范数有界的. 通过使用线性矩阵不

收稿日期: 2009−06−21; 收修改稿日期: 2009−10−30.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60774093, 60774048); 中国博士后科学基金特别资助项目(200902547); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(200801451096).

等式(LMI)技术, 设计了一类新颖的鲁棒H_∞滤波器. 鲁棒H_∞滤波器可以使滤波误差系统渐近稳定, 并使系统的H_∞性能指标小于预先设定的值. 最后通过一个数值例子证明了设计方法的有效性.

2　问题描述(Problem formulation)

考虑如下一类带有非线性无穷分布时滞和离散时滞的参数不确定系统:

$$\dot{x}(t) = (A+\Delta A)x(t)+(A_{\mathrm{d}}+\Delta A_{\mathrm{d}})x(t-\tau)+(A_{\mathrm{d1}}+\Delta A_{\mathrm{d1}})\int_{-\infty}^{t}K(t-s)f(x(s))\mathrm{d}s+B_1w(t), \tag{1}$$

$$\boldsymbol{y}(t) = (C+\Delta C)x(t)+(C_{\mathrm{d}}+\Delta C_{\mathrm{d}})x(t-\tau)+(C_{\mathrm{d1}}+\Delta C_{\mathrm{d1}})\int_{-\infty}^{t}K(t-s)f(x(s))\mathrm{d}s+B_2w(t), \tag{2}$$

$$\boldsymbol{z}(t) = Dx(t), \tag{3}$$

$$x(t) = \varphi(t),\ \forall t\in(-\infty,0]. \tag{4}$$

其中: $x(t)\in\mathbb{R}^n$是系统的状态, $y(t)\in\mathbb{R}^r$是系统的测量输出, $z(t)\in\mathbb{R}^q$是被估计的信号, $w(t)\in\mathbb{R}^p$是系统外部干扰输入, $A, A_{\mathrm{d}}, A_{\mathrm{d1}}, C, C_{\mathrm{d}}, C_{\mathrm{d1}}, B_1, B_2$和$D$是适当维数的已知矩阵, $\Delta A, \Delta A_{\mathrm{d}}, \Delta A_{\mathrm{d1}}, \Delta C, \Delta C_{\mathrm{d}}$和$\Delta C_{\mathrm{d1}}$表示系统的时变参数不确定的未知矩阵且

$$\begin{bmatrix}\Delta A & \Delta A_{\mathrm{d}} & \Delta A_{\mathrm{d1}}\\ \Delta C & \Delta C_{\mathrm{d}} & \Delta C_{\mathrm{d1}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}M_1\\ M_2\end{bmatrix}F(t)[N_1\ \ N_2\ \ N_3]. \tag{5}$$

其中: M_1, M_2, N_1, N_2和N_3是维数适当的已知矩阵, $F(t)$是未知的矩阵且满足$\|F(t)\|\leqslant 1$, $\varphi(t)$ 是定义在 $(-\infty,0]$ 上的初始函数. $K(s)=\mathrm{diag}\{k_1(s),k_2(s),\cdots,k_n(s)\}$. 核函数$k_j(s)$是一个定义在$[0,+\infty)$上的非负连续函数且满足对任意的$j$都有

$$\int_0^{\infty}k_j(s)\mathrm{d}s=1,\ j=1,2,\cdots,n. \tag{6}$$

$f(x(s))$是$x(s)$的一个非线性函数且满足Lipschitz条件:

$$\|f(x(s))\|\leqslant L\,\|x(s)\|. \tag{7}$$

注 1　对于带有分布时滞$\int_{t-d}^{t}f(x(s))\mathrm{d}s$系统的$\mathrm{H}_\infty$滤波问题现在已被广泛的讨论[4,5,14,15]. 但是带有非线性无穷分布时滞$\int_{-\infty}^{t}K(t-s)f(x(s))\mathrm{d}s$系统的$\mathrm{H}_\infty$滤波问题并没有被讨论. 其中的主要问题是针对于带有限分布时滞系统的H_∞滤波器的处理方法并不适用于带有无穷分布时滞系统的情况, 其难点在于如何处理系统中的无穷分布时滞项.

下面, 对于带有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统, 设计如下的滤波器:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_{\mathrm{f}}\hat{x}(t)+B_{\mathrm{f}}y(t), \tag{8}$$

$$\hat{z}(t) = C_{\mathrm{f}}\hat{x}(t)+D_{\mathrm{f}}y(t). \tag{9}$$

其中: $\hat{x}(t)\in\mathbb{R}^n$, $\hat{z}(t)\in\mathbb{R}^q$, $A_{\mathrm{f}}, B_{\mathrm{f}}, C_{\mathrm{f}}$和$D_{\mathrm{f}}$为需要设计的滤波器参数. 首先定义一个估计信号的误差函数:

$$\bar{z}(t) = z(t)-\hat{z}(t). \tag{10}$$

令$e(t)=(x(t)^{\mathrm{T}}\ \hat{x}(t)^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, 可以得到滤波器误差系统如下所示:

$$\dot{e}(t) = \bar{A}(t)e(t)+\bar{A}_{\mathrm{d}}(t)He(t-\tau)+\bar{B}w(t)+\bar{A}_{\mathrm{d1}}(t)\int_{-\infty}^{t}K(t-s)Hf(e(s))\mathrm{d}s, \tag{11}$$

$$\bar{z}(t) = \bar{C}(t)e(t)+\bar{C}_{\mathrm{d}}(t)He(t-\tau)+\bar{B}_1w(t)+\bar{C}_{\mathrm{d1}}(t)\int_{-\infty}^{t}K(t-s)Hf(e(s))\mathrm{d}s. \tag{12}$$

其中:

$$\bar{A}(t)=\bar{A}+\Delta\bar{A},\ \bar{A}_{\mathrm{d}}(t)=\bar{A}_{\mathrm{d}}+\Delta\bar{A}_{\mathrm{d}},$$
$$\bar{A}_{\mathrm{d1}}(t)=\bar{A}_{\mathrm{d1}}+\Delta\bar{A}_{\mathrm{d1}},\ \bar{C}(t)=\bar{C}+\Delta\bar{C},$$
$$\bar{C}_{\mathrm{d}}(t)=\bar{C}_{\mathrm{d}}+\Delta\bar{C}_{\mathrm{d}},\ \bar{C}_{\mathrm{d1}}(t)=\bar{C}_{\mathrm{d1}}+\Delta\bar{C}_{\mathrm{d1}},$$
$$\bar{C}_{\mathrm{d}}=-D_{\mathrm{f}}C_{\mathrm{d}},\ \bar{C}_{\mathrm{d1}}=-D_{\mathrm{f}}C_{\mathrm{d1}},$$
$$\Delta\bar{C}_{\mathrm{d}}=-D_{\mathrm{f}}\Delta C_{\mathrm{d}},\ \Delta\bar{C}_{\mathrm{d1}}=-D_{\mathrm{f}}\Delta C_{\mathrm{d1}},$$
$$\bar{B}_1=-D_{\mathrm{f}}B_2,\ H=[I\ \ 0],\ \bar{A}=\begin{bmatrix}A & 0\\ B_{\mathrm{f}}C & A_{\mathrm{f}}\end{bmatrix},$$
$$\bar{A}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}A_{\mathrm{d}}\\ B_{\mathrm{f}}C_{\mathrm{d}}\end{bmatrix},\ \bar{A}_{\mathrm{d1}}=\begin{bmatrix}A_{\mathrm{d1}}\\ B_{\mathrm{f}}C_{\mathrm{d1}}\end{bmatrix},$$
$$\bar{C}=[D-D_{\mathrm{f}}C\ \ -C_{\mathrm{f}}],\ \Delta\bar{A}=\begin{bmatrix}\Delta A & 0\\ B_{\mathrm{f}}\Delta C & 0\end{bmatrix},$$
$$\Delta\bar{A}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}\Delta A_{\mathrm{d}}\\ B_{\mathrm{f}}\Delta C_{\mathrm{d}}\end{bmatrix},\ \Delta\bar{A}_{\mathrm{d1}}=\begin{bmatrix}\Delta A_{\mathrm{d1}}\\ B_{\mathrm{f}}\Delta C_{\mathrm{d1}}\end{bmatrix},$$
$$\Delta\bar{C}=[-D_{\mathrm{f}}\Delta C\ \ 0],\ \bar{B}=\begin{bmatrix}B_1\\ B_{\mathrm{f}}B_2\end{bmatrix},$$
$$f(e(s))=(f(x(s))^{\mathrm{T}}\ \ f(\hat{x}(s)^{\mathrm{T}}))^{\mathrm{T}}.$$

针对带有非线性无穷分布时滞的一类参数不确定系统的鲁棒H_∞滤波器设计问题可以总结为: 给定一个带有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统(1)~(3)和H_∞性能指标$\gamma>0$, 设计形如式(8)(9)的H_∞滤波器, 保证滤波器误差系统(11),(12)是渐近稳定的且在零初始条件下对于所有非零的$w(t)\in\mathrm{L}_2[0,\infty)$和满足给定条件的参数不确定性

达到如下的性能指标:

$$\|\bar z\|_2 \leqslant \gamma \|w\|_2 . \tag{13}$$

在给出本文所要设计的H_∞滤波器的设计方法以前, 先给出本文所要用到两个引理.

引理 1[14] 给定合适维数的矩阵A, M, N和F使得下面的不等式成立:

1) 对于任意的$\varepsilon > 0$, 存在向量$x, y \in \mathbb{R}^n$,

$$2x^{\mathrm T}MFNy \leqslant \varepsilon^1 x^{\mathrm T}MM^{\mathrm T}x + \varepsilon y^{\mathrm T}N^{\mathrm T}Ny. \tag{14}$$

2) 对于任意的$\varepsilon > 0$, 满足$Q - \varepsilon D^{\mathrm T}D > 0$, 则

$$(A + MFN)^{\mathrm T}Q^{-1}(A + MFN) \leqslant A^{\mathrm T}(Q - \varepsilon DD^{\mathrm T})A + \varepsilon^{-1}N^{\mathrm T}N. \tag{15}$$

引理 2[16](柯西不等式) 对于任意给定的函数$p(x)$和$q(x)$, 有下面的不等式成立:

$$(\int_{-\infty}^{t} p(x)q(x)\mathrm{d}s)^2 \leqslant \int_{-\infty}^{t} p^2(x)\mathrm{d}s \int_{-\infty}^{t} q^2(x)\mathrm{d}s. \tag{16}$$

3 滤波器的设计(The design of filter)

下面将对带有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统给出鲁棒H_∞滤波器的设计方法, 即本文的主要结论.

定理 1 在零初始条件下, 对于任意的$w(t) \in L_2[0, \infty)$和满足条件的参数不确定性, 给定$\gamma \geqslant \gamma_{\min}$和$\tau > 0$, 如果存在常数$\varepsilon_1, \varepsilon_2$, 对称正定矩阵$P > 0, P_1 > 0$和对角矩阵$Q = \mathrm{diag}\{q_j\} > 0$满足如下的矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix}
\varTheta & P\bar A_{\mathrm d} & P\bar A_{\mathrm{d1}} & P\bar B & \bar C^{\mathrm T} & P\bar M_1 & 0 & \tilde\varepsilon \bar N_1^{\mathrm T} \\
* & -P_1 & 0 & 0 & \bar C_{\mathrm d}^{\mathrm T} & 0 & 0 & \tilde\varepsilon N_2^{\mathrm T} \\
* & * & -Q & 0 & \bar C_{\mathrm{d1}}^{\mathrm T} & 0 & 0 & \tilde\varepsilon N_3^{\mathrm T} \\
* & * & * & -\gamma^2 I & \bar B_1^{\mathrm T} & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & * & -I & 0 & D_{\mathrm f}M_2 & 0 \\
* & * & * & * & * & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 \\
* & * & * & * & * & * & -\varepsilon_2 I & 0 \\
* & * & * & * & * & * & * & -\tilde\varepsilon I
\end{bmatrix} < 0, \tag{17}$$

则滤波器误差系统(11)和(12)是渐近稳定的, 且在$w(t) \neq 0$时满足性能指标$\|\bar z\|_2 \leqslant \gamma \|w\|_2$. 其中:

$$\varTheta = H^{\mathrm T}LQLH + H^{\mathrm T}P_1H + P\bar A + \bar A^{\mathrm T}P,$$

$$\tilde\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2,\ \bar M_1 = \begin{bmatrix} M_1 \\ B_{\mathrm f}M_2 \end{bmatrix},\ \bar N_1 = [N_1\ \ 0].$$

证 首先不考虑系统外部的干扰, 即$w(t) = 0$, 则误差系统中式(11)可以写成

$$\dot e(t) = \bar A(t)e(t) + \bar A_{\mathrm d}(t)He(t-\tau) + \bar A_{\mathrm{d1}}(t)\int_{-\infty}^{t} K(t-s)Hf(e(s))\mathrm{d}s. \tag{18}$$

定义如下的Lyapunov-Krasovskii函数:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t), \tag{19}$$

其中:

$$V_1(t) = e(t)^{\mathrm T}Pe(t), \tag{20}$$

$$V_2(t) = \int_{t-\tau}^{t} e(s)^{\mathrm T}H^{\mathrm T}P_1He(s)\mathrm{d}s, \tag{21}$$

$$V_3(t) = \sum_{j=1}^{n} q_j \int_0^\infty k_j(\sigma)\int_{t-\sigma}^{t} f_j^2(x_j(r))\mathrm{d}r\mathrm{d}\sigma. \tag{22}$$

对$V(t)$沿着系统(18)求导数,

$$\dot V(t) = \dot V_1(t) + \dot V_2(t) + \dot V_3(t), \tag{23}$$

其中:

$$\dot V_1(t) = 2e(t)^{\mathrm T}P(\bar A(t)e(t) + \bar A_{\mathrm d}(t)He(t-\tau) + \bar A_{\mathrm{d1}}(t)\int_{-\infty}^{t} K(t-s)Hf(e(s))\mathrm{d}s), \tag{24}$$

$$\dot V_2(t) = e(t)^{\mathrm T}H^{\mathrm T}P_1He(t) - e(t-\tau)^{\mathrm T}H^{\mathrm T}P_1He(t-\tau), \tag{25}$$

$$\dot V_3(t) = \sum_{j=1}^{n} q_j \int_0^\infty k_j(\sigma)f_j^2(x_j(t))\mathrm{d}\sigma - \sum_{j=1}^{n} q_j \int_0^\infty k_j(\sigma)f_j^2(x_j(t-\sigma))\mathrm{d}\sigma. \tag{26}$$

从引理1可知

$$2e(t)^{\mathrm T}P(\Delta\bar Ae(t) + \Delta\bar A_{\mathrm d}x(t-\tau) + \Delta\bar A_{\mathrm{d1}}\int_{-\infty}^{t} K(t-s)Hf(e(s))\mathrm{d}s) \leqslant \varepsilon_1^{-1}e(t)^{\mathrm T}P\bar M_1\bar M_1^{\mathrm T}e(t) + \varepsilon_1\rho(t)^{\mathrm T}\bar N^{\mathrm T}\bar N\rho(t). \tag{27}$$

其中:

$$\rho(t) = [e(t)^{\mathrm T}, x(t-\tau)^{\mathrm T}, \rho_1(t)^{\mathrm T}]^{\mathrm T}\ \bar N = [\bar N_1, N_2, N_3],$$

$$\rho_1(t) = (\int_{-\infty}^{t} K(t-s)Hf(e(s))\mathrm{d}s).$$

由于$\|f(x(s))\| \leqslant L\|x(s)\|$, 其中$L = \mathrm{diag}\{l_j\}$, $j = 1, 2, \cdots, n$. 根据引理2可以得到

$$\begin{aligned}
&\dot V_3(t) = \\
&f^{\mathrm T}(x(t))Qf(x(t)) - \\
&\sum_{j=1}^{n} q_j \int_0^\infty k_j(\sigma)\mathrm{d}\sigma \int_0^\infty k_j(\sigma)f_j^2(x_j(t-\sigma))\mathrm{d}\sigma \leqslant \\
&e(t)^{\mathrm T}H^{\mathrm T}LQLHe(t) - \\
&\sum_{j=1}^{n} q_j(\int_0^\infty k_j(\sigma)f_j(x_j(t-\sigma))\mathrm{d}\sigma)^2 = \\
&e(t)^{\mathrm T}H^{\mathrm T}L^{\mathrm T}QLHe(t) - \rho_1(t)^{\mathrm T}Q\rho_1(t).
\end{aligned} \tag{28}$$

从上边的叙述并应用Schur补引理可以得到

$$\dot V(t) = \dot V_1(t) + \dot V_2(t) + \dot V_3(t) \leqslant \rho(t)^{\mathrm T}\varXi\rho(t). \tag{29}$$

其中:

$$\Xi=\begin{bmatrix}\Theta & P\bar{A}_{\rm d} & P\bar{A}_{\rm d1} & P\bar{M}_1 & \varepsilon_1\bar{N}_1^{\rm T}\\ * & -P_1 & 0 & 0 & \varepsilon_1 N_2^{\rm T}\\ * & * & -Q & 0 & \varepsilon_1 N_3^{\rm T}\\ * & * & * & -\varepsilon_1 I & 0\\ * & * & * & * & -\varepsilon_1 I\end{bmatrix}.$$

从式(17)可以知道$\Xi<0$, 所以根据式(29)可以得到$\dot{V}(t)<0$, 因此在$w(t)=0$的时候, 滤波器误差系统是渐近稳定的. 定义滤波器误差系统的H$_\infty$性能指标如下:

$$\|\bar{z}\|_2\leqslant\gamma\|w\|_2. \tag{30}$$

在零初始条件下, 对于任意非零的$w(t)\in{\rm L}_2[0,\infty)$, 滤波器误差系统的H$_\infty$性能指标可以写成:

$$\begin{aligned}&J=\\&\int_0^\infty[\bar{z}^{\rm T}(t)\bar{z}(t)-\gamma^2w^{\rm T}(t)w(t)+\dot{V}(t)]{\rm d}t-\\&V(\infty)+V(0)\leqslant\\&\int_0^\infty[\bar{z}^{\rm T}(t)\bar{z}(t)-\gamma^2w^{\rm T}t)w(t)+\dot{V}(t)]{\rm d}t.\end{aligned} \tag{31}$$

应用Schur补定理及适当的运算可得

$$J(t)\leqslant\int_0^\infty\psi^{\rm T}(t)\Phi\psi(t){\rm d}t. \tag{32}$$

其中: $\psi(t)=[\rho(t)^{\rm T}\quad w(t)^{\rm T}]^{\rm T}$, Φ为式(17)定义, 因为$\Phi<0$, 因此对于任意的$w(t)\in{\rm L}_2[0,\infty)$, 都有$J(t)<0$. 因此对于有界的离散时滞$\tau>0$, 式$\|\bar{z}\|_2\leqslant\gamma\|w\|_2$成立. 证毕.

下面将给出一个基于LMI的可以直接求解鲁棒H$_\infty$滤波器参数的定理.

定理 2 针对带有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统(1)~(3), 给定一个标量$\gamma\geqslant\gamma_{\min}$和$\tau>0$, 如果存在常数$\varepsilon_1>0$, $\varepsilon_2>0$, 对称矩阵$P_{11}>0$, $S_{11}>0$, $P_1>0$, 对角矩阵$Q={\rm diag}\{q_j\}>0$和矩阵Z_1,Z_2,Z_3,Z_4满足下面的线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix}\Gamma_{11} & \Gamma_{12} & ZA_{\rm d} & ZA_{\rm d1} & ZB_1 & \Gamma_{16} & ZM_1 & 0 & \bar{\varepsilon}N_1^{\rm T}\\ * & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & \Gamma_{24} & \Gamma_{25} & \Gamma_{26} & \Gamma_{27} & 0 & \bar{\varepsilon}N_1^{\rm T}\\ * & * & -P_1 & 0 & 0 & \bar{C}_{\rm d}^{\rm T} & 0 & 0 & \bar{\varepsilon}N_2^{\rm T}\\ * & * & * & -Q & 0 & \bar{C}_{\rm d1}^{\rm T} & 0 & 0 & \bar{\varepsilon}N_3^{\rm T}\\ * & * & * & * & -\gamma^2I & \bar{B}_1^{\rm T} & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & * & * & -I & 0 & Z_4M_2 & 0\\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_1I & 0 & 0\\ * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_2I & 0\\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}I\end{bmatrix}<0, \tag{33}$$

$$P_{11}-S_{11}^{-1}>0. \tag{34}$$

其中:

$$\begin{aligned}&P_{12}S_{12}^{\rm T}=I-P_{11}S_{11},\\&\Gamma_{11}=ZA+A^{\rm T}Z+P_1+LQL,\\&\Gamma_{12}=ZA+A^{\rm T}P_{11}+C^{\rm T}Z_2^{\rm T}+Z_1^{\rm T}+P_1+LQL,\\&\Gamma_{16}=D^{\rm T}-C^{\rm T}Z_4^{\rm T}-Z_3^{\rm T},\\&\Gamma_{22}=P_{11}A+A^{\rm T}P_{11}+Z_2C+C^{\rm T}Z_2^{\rm T}+P_1+LQL,\\&\Gamma_{23}=P_{11}A_{\rm d}+Z_2C_{\rm d},\ \Gamma_{24}=P_{11}A_{\rm d1}+Z_2C_{\rm d1},\\&\Gamma_{25}=P_{11}B_1+Z_2B_2,\ \Gamma_{26}=D^{\rm T}-C^{\rm T}Z_4^{\rm T},\\&\Gamma_{27}=P_{11}M_1+Z_2M_2,\ \bar{\varepsilon}=(\varepsilon_1+\varepsilon_2).\end{aligned}$$

则对带有非线性无穷分布时滞的系统(1)~(3)的鲁棒H$_\infty$滤波器(8)和(9)是可解的. 鲁棒H$_\infty$滤波器(8)和(9)的设计参数如下所示: $A_{\rm f}=P_{12}^{-1}Z_1S_{11}S_{12}^{-T}$, $B_{\rm f}=P_{12}^{-1}Z_2$, $C_{\rm f}=Z_3S_{11}S_{12}^{-T}$, $D_{\rm f}=Z_4$.

证 篇幅所限, 证明从略.

注 2 本文通过引入一个新的Lyapunov-Krasovskii函数, 针对带有无穷分布时滞的参数不确定非线性系统, 提出了一种滤波器的设计方法, 滤波器可以通过线性矩阵不等式进行求解, 易于计算.

4 仿真(Simulation)

为了验证所提出的方法的有效性, 在这里给出一个数值仿真例子来进行验证.

带有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统(1)~(3)的参数如下所示:

$$\begin{aligned}&A=\begin{bmatrix}-2.2 & 0.5\\ 0.2 & -1.8\end{bmatrix},\ A_{\rm d}=\begin{bmatrix}-1 & 0.6\\ 0.5 & -0.5\end{bmatrix},\\&L=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\ A_{\rm d1}=\begin{bmatrix}0 & -0.3\\ 0.2 & -0.5\end{bmatrix},\\&B_1=\begin{bmatrix}0.3\\ 0\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 1 & -0.6\end{bmatrix},\\&C_{\rm d}=\begin{bmatrix}0.4 & -1\\ -0.3 & -0.2\end{bmatrix},\ C_{\rm d1}=\begin{bmatrix}2 & 0.7\\ 1 & 0.3\end{bmatrix},\\&B_2=\begin{bmatrix}1\\ 0.3\end{bmatrix},\ D=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix},\ M_1=\begin{bmatrix}0.1\\ 0.3\end{bmatrix},\\&M_2=\begin{bmatrix}0.3\\ 0.2\end{bmatrix},\ N_1=[-0.1\ \ 0.1],\\&N_2=[0.1\ \ 0.5],\ N_3=[0.3\ \ -0.1],\end{aligned}$$

取$\gamma=0.6$. 通过MATLAB的LMI工具箱解式(33)(34), 可以得到如下形式的滤波器:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \begin{bmatrix} -3.79 & -0.31 \\ 1.44 & -1.97 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} 0.07 & -0.73 \\ -0.41 & 0.17 \end{bmatrix} y(t),$$

$$\hat{z}(t) = \begin{bmatrix} -0.10 & -0.24 \\ -0.47 & -1.32 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} -0.24 & 0.55 \\ 0.07 & -0.38 \end{bmatrix} y(t).$$

给定系统的初始状态为$x_0 = [0.8 \ \ -0.5]^{\mathrm{T}}$, 系统的外部扰动$w(t)$为能量为0.001的白噪声. 在系统的参数不确定性中$F(t) = \sin t$. 系统的状态响应如图1所示. 滤波器误差系统的误差$\bar{z}(t)$如图2所示. 从仿真的结果可以看到所设计的鲁棒H_∞滤波器满足所提出的要求.

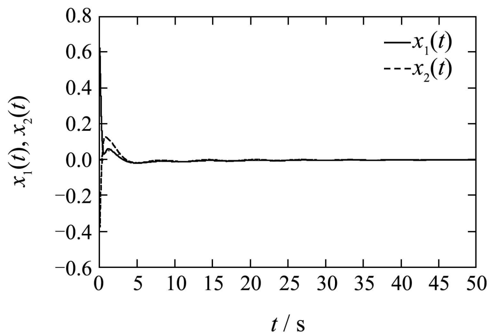

图 1 系统的状态$x_1(t)$和$x_2(t)$

Fig. 1 The state $x_1(t)$ and $x_2(t)$ of system

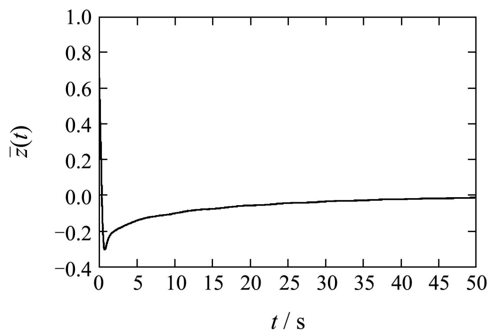

图 2 滤波器误差$\bar{z}(t)$

Fig. 2 The error $\bar{z}(t)$ of filter

5 结论(Conclusion)

本文主要针对一类带有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统进行了鲁棒H_∞滤波器的设计. 采用基于LMI的方法所设计的鲁棒H_∞滤波器可以保证滤波误差系统对于给定的参数不确定性是渐近稳定的, 并且满足预先设定的H_∞性能指标. 仿真例子已经证明了该方法是有效的.

参考文献(References):

[1] GU K, KHARITONOV V L, CHEN J. *Stability of Time-Delay Systems*[M]. Boston, Birkhauser, 2003.

[2] RICHARD J. Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problem[J]. *Automatica*, 2003, 39(10): 1667 – 1694.

[3] YI Z, HENG P A, LEUNG K S. Convergence analysis of cellular neural networks with unbounded delay[J]. *IEEE Transactions on Circuits System I: Fundamental Theory and Applation*, 2001, 48(6): 680 – 687.

[4] CHEN J D. Robust output observer-based control of neutral uncertain systems with discrete and distributed time delays: LMI optimization approach[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2007, 34(4): 1254 – 1264.

[5] CHEN W H, ZHENG W X. Delay-dependent robust stabilization for uncertain neutral systems with distributed delays[J]. *Automatica*, 2007, 43(1): 95 – 104.

[6] FRIDMAN E, SHAKED U. A new H_∞ filter design for linear time-delay systems[J]. *IEEE Transactions singal Processing*, 2001, 49(11): 2839 – 2843.

[7] DE SOUZA C E, PALHARES R M , PERES P L. Robust H_∞ filter design for uncertain linear systems with multiple time-varying state delays[J]. *IEEE Transactions on Singal Processing*, 2001, 49(3): 569 – 576.

[8] HUNG Y S, YANG F W. Robust H_∞ filtering with error variance constraints for discrete time-varying systems with uncertainty[J]. *Automatica*, 2003, 39(7): 1185 – 1194.

[9] CHEN N, GWU W H, ZHANG X F. Delay-dependent decentralized H_∞ filtering for uncertain interconnected systems[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2008, 19(4): 766 – 774.

[10] PARK J H. Design of robust H_∞ filter for a class of neutral systems: LMI optimization approach[J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2005, 70(2): 99 – 109.

[11] WANG Y C, ZHANG H G. H_∞ control for uncertain Markovian jump systems with mode-dependent mixed delays[J]. *Progress in Natural Science*, 2008, 18(3): 309 – 314.

[12] WANG Z D, LIU Y R, LIU X H. H_∞ filtering for uncertain stochastic time-delay systems with sector-bounded nonlinearities[J]. *Automatica*, 2008, 44(7): 1268 – 1277.

[13] YU X G. An LMI approach to robust H_∞ filtering for uncertain systems with time-varying distributed delays[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2008, 345(8): 877 – 890.

[14] XU S Y, CHEN T W. An LMI approach to the H_∞ filter design for uncertain systems with distributed delay[J]. *IEEE Transactions on Circuits and System-II: Express Briefs*, 2004, 51(4): 195 – 201.

[15] ZHENG F, FRANK P M. Robust control of uncertain distributed delay systems with application to the stabilization of combustion in rocket motor chambers[J]. *Automatica*, 2002, 38(3): 487 – 497.

[16] HARDY G, LITTLEWOOD J E, POLYA G. *Inequalties*[M]. UK: Cambrige University, 1952.

作者简介:

马大中 (1982—), 男, 博士研究生, 从事鲁棒控制和故障诊断等研究, E-mail: madzmadz4230@gmail.com;

王占山 (1971—), 男, 副教授, 从事神经元网络稳定性、故障诊断和鲁棒控制等研究, E-mail: wangzhanshan@ise.neu.edu.cn;

冯 健 (1971—), 男, 教授, 博士生导师, 从事故障诊断、信号处理和滤波器设计等研究, E-mail: fengjian@mail.neu.edu.cn;

张化光 (1959–), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制和信号处理方面等研究, E-mail: zhanghuaguang@mail.neu.edu.cn.