

基于粒子群优化的非线性系统最小二乘支持向量机预测控制方法

穆朝絮, 张瑞民, 孙长银

(东南大学 自动化学院, 江苏 南京 210096)

摘要: 对于非线性系统预测控制问题, 本文提出了一种基于模型学习和粒子群优化(PSO)的单步预测控制算法. 该方法使用最小二乘支持向量机(LS-SVM)建立非线性系统模型并预测系统的输出值, 通过输出反馈和偏差校正减少预测误差, 由PSO滚动优化获得非线性系统的控制量. 该方法能在非线性系统数学模型未知的情况下设计出有效的预测控制器. 通过对单变量多变量非线性系统进行仿真, 证明了该预测控制方法是有效的, 且具有良好的自适应能力和鲁棒性.

关键词: 非线性系统; 预测控制; 最小二乘支持向量机; 粒子群

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

LS-SVM predictive control based on PSO for nonlinear systems

MU Chao-xu, ZHANG Rui-min, SUN Chang-yin

(School of Automation, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210096, China)

Abstract: For the predictive control of nonlinear systems, we present a single-step predictive control algorithm based on model learning and particle swarm optimization(PSO). The method utilizes least square support vector machine(LS-SVM) to estimate the model of a nonlinear system and forecast the output value, reducing the error in output feedback and error correction. The control values are obtained by the rolling optimization of PSO. This method can be used to design effective controllers for nonlinear systems with unknown mathematical models. For univariate and multivariate nonlinear systems, simulation results show that the predictive control algorithm is effective and has an excellent adaptive ability and robustness.

Key words: nonlinear systems; predictive control; least square support vector machine; particle swarm optimization

1 引言(Introduction)

在过去的几十年里, 提出了很多种预测控制方法, 它们都是建立在预测模型、滚动优化和反馈校正3项基本原理基础上的. 预测控制中预测模型的精确度起着重要的作用, 这一度限制了预测控制在非线性系统中的应用. 对于非线性系统的预测控制问题, 可以转化为线性系统预测控制问题, 如采用模型线性化方法或者分层递阶优化的方法^[1], 也可以直接使用Hammerstein模型、Wiener模型、Volterra模型、神经网络模型作为预测模型. 但Hammerstein, Wiener, Volterra模型只能用于特定过程^[2]; 神经网络虽然有较好的非线性逼近能力, 但仍存在网络拓扑结构难以确定、收敛速度慢、容易陷入局部极小等问题.

建立在统计学习理论基础上的支持向量机(support vector machine, SVM)方法是一种新的机器

学习方法. 和神经网络相比, 它使用了VC维理论和结构风险最小原理, 很好的解决了小样本、非线性、高维数、局部极小等问题^[3]. 在SVM的基础上提出的LS-SVM方法, 求解的是线性方程组, 极大的减少了SVM由于求解二次规划问题带来的计算复杂性^[4]. LS-SVM作为一种通用函数逼近器可以以任意精度逼近非线性系统, 是非线性系统建模的有力工具. PSO是近年来发展起来的一种多变量随机迭代搜索方法, 可快速有效的解决预测控制器设计中目标函数的优化问题.

在实际过程中, 非线性系统数学模型难以获得, 研究在不需精确已知非线性系统的数学模型的情况下系统的预测控制是非常有必要的. 由于预测模型是非线性的, 求解控制量的优化问题是非线性约束优化问题. 当控制量序列很长时, 优化问题是复杂的, 耗费时间可能较长, 不能满足系统实时性的

收稿日期: 2009-07-06; 收修改稿日期: 2009-09-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874013); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-08-0106); 教育部博士点基金资助项目(200802860039).

要求, 优化结果也不一定好, 因此在每一个采样时刻优化求解的控制量序列应该尽可能地短^[5]. 本文对于单变量多变量非线性系统, 提出一种基于模型学习和PSO优化的单步预测控制方法, 能有效的设计非线性系统预测控制器. 该方法使用LS-SVM建立非线性系统的预测模型, 在每个采样点时刻, 预测模型预测系统未来一个时刻的输出值, 用输出反馈进行偏差校正并得到关于偏差和控制量的优化目标, 由PSO在线实时滚动优化确定控制量.

2 PSO优化的LS-SVM预测控制(PSO predictive control based on PSO)

2.1 LS-SVM非线性预测模型(Nonlinear predictive model based on LS-SVM)

m 维输入 n 维输出的有约束离散多变量非线性系统描述为

$$\begin{cases} \mathbf{y}(k+d) = \\ f(\mathbf{y}(k+d-1), \dots, \mathbf{y}(k+d-p), \\ \mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k-1), \dots, \mathbf{u}(k-q+1)), \\ \text{s.t. } \Delta u_{j\min} \leq \Delta u_j \leq \Delta u_{j\max}, \\ u_{j\min} \leq u_j \leq u_{j\max}, j=1, \dots, m. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{u}(k) = (u_1(k), u_2(k), \dots, u_m(k)) \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{y}(k) = (y_1(k), y_2(k), \dots, y_n(k)) \in \mathbb{R}^n$, 分别表示第 k 个时刻输入、输出向量; d 表示输出延迟, q, p 分别为输入和输出的阶次. 约束条件限定了控制量的取值范围和变化幅度.

对给定的 N 个数据对 $\{\mathbf{x}_k, y_{k+d}\}_{k=1}^N$, $\mathbf{x}_k = (\mathbf{y}(k+d-1), \dots, \mathbf{y}(k+d-p), \mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k-1), \dots, \mathbf{u}(k-q+1))$, $y_i(k+d) = y_{k+d}$, $i = 1, 2, \dots, n$. 用非线性映射 ϕ 把样本从原空间映射到特征空间, 特征空间中的LS-SVM估计模型的形式为 $f(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) + b$, $\mathbf{w}$ 为权重系数, b 为偏置. 寻找 $\mathbf{w}$ 和 b , 实际上是最小化目标函数 $J = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \gamma \cdot R_{\text{emp}}$. γ 为正则化参数, R_{emp} 为损失函数. LS-SVM目标函数中选取损失函数为 e_k^2 . 函数的最优估计是最小化下面的目标函数^[6]:

$$\begin{cases} J = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{\gamma}{2} \sum_{k=1}^N e_k^2, \\ \text{s.t. } y_{k+d} = \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_k) + b + e_k, k=1, \dots, N. \end{cases} \quad (2)$$

使用拉格朗日函数法求解上面的优化问题, 拉格朗日函数为

$$L(\mathbf{w}, e_k, \alpha_k, b) = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{\gamma}{2} \sum_{k=1}^N e_k^2 + \sum_{k=1}^N \alpha_k [y_{k+d} - \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_k) - b - e_k]. \quad (3)$$

其中 α_k , $k = 1, \dots, N$ 是拉格朗日乘子. 根据KKT条件^[7], 令拉格朗日函数的偏导等于0, 可得

$$\begin{cases} \mathbf{w} = \sum_{k=1}^N \alpha_k \phi(\mathbf{x}_k), \sum_{k=1}^N \alpha_k = 0, \\ \alpha_k = \gamma e_k; \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_k) + b + e_k - y_{k+d} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

根据Mercer条件^[7], 定义的核函数为 $\Phi(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \phi^T(\mathbf{x}_i) \phi(\mathbf{x}_j)$. LS-SVM预测模型为

$$\hat{y}_{k+d+1}(\mathbf{x}_{k+1}) = \sum_{k=1}^N \alpha_k \Phi(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}) + b. \quad (5)$$

2.2 预测控制器设计(Predictive controller design)

对一个有 d 步延迟的非线性系统, 当输入控制量为 $\mathbf{u}(k)$ 时, 输出量为 $\mathbf{y}(k+d)$, 通过系统过去的输入输出和当前输入 $\mathbf{u}(k)$, 由LS-SVM预测模型获得系统输出估计量为 $\hat{\mathbf{y}}(k+d)$. 对于待优化的输入 $\mathbf{u}(k+1)$ 和过去的输入输出, 获得系统的输出估计量为 $\hat{\mathbf{y}}(k+d+1)$. 系统实际的输出量和预测输出量的偏差:

$$\mathbf{e}(k+d) = \mathbf{y}(k+d) - \hat{\mathbf{y}}(k+d). \quad (6)$$

用偏差修正 $\hat{\mathbf{y}}(k+d+1)$, 获得修正量:

$$\mathbf{y}_p(k+d+1) = \hat{\mathbf{y}}(k+d+1) + \mathbf{e}(k+d). \quad (7)$$

对一个 m 维输入 n 维输出的非线性系统设计预测控制器, 就是要通过PSO优化算法获得下面适应值函数的最小值. 确定控制量的适应值函数为

$$F = \sum_{i=1}^n [y_{ri}(k+d+1) - y_{pi}(k+d+1)]^2 + \sum_{j=1}^m \lambda_j [u_j(k+1) - u_j(k)]^2. \quad (8)$$

PSO优化的LS-SVM预测控制算法框图如图1所示.

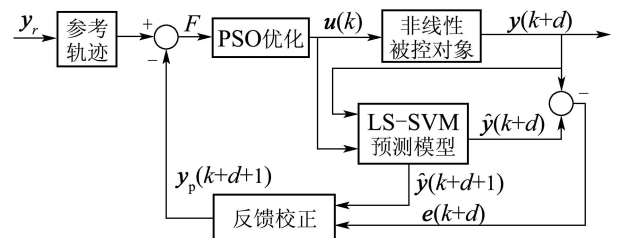


图1 基于PSO优化的LS-SVM预测控制算法框图
Fig. 1 The block diagram of LS-SVM predictive control based on PSO

使用PSO优化未来变量 $\mathbf{u}(k+1) = (u_1(k+1), u_2(k+1), \dots, u_m(k+1))$. 设粒子群体规模为 L , 粒子 i 表示为

$$\text{pop}_i = (\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{l}_i, F_{i\text{best}}, F_i). \quad (9)$$

其中: $\mathbf{u}_i = (u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{im})$ 表示粒子 i 的位置向

量, $\mathbf{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{im})$ 表示粒子 i 的速度向量, $\mathbf{l}_i = (l_{i1}, l_{i2}, \dots, l_{im})$ 表示粒子 i 所经过的历史最好位置, F_{ibest} 表示粒子 i 的最优适应值, F_i 表示粒子 i 的当前适应值. 在第 t 次迭代, 粒子 i 的速度、位移更新公式, 惯性权重的调整公式如下:

$$\begin{cases} v_{im}^{t+1} = wv_{im}^t + c_1r_1(l_{im} - u_{im}^t) + \\ \quad c_2r_2(g_m - u_{im}^t), \\ u_{im}^{t+1} = u_{im}^t + v_{im}^{t+1}, \\ w = 1 - \text{iter} \cdot \frac{w_0}{\text{iter}_{\max}}. \end{cases} \quad (10)$$

其中: c_1, c_2 为加速因子, r_1, r_2 为 $[0, 1]$ 间的随机数. 整个群体中所有粒子发现的最好位置为 $\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots, g_m)$, 它是 PSO 优化获得的控制量.

2.3 算法步骤(Algorithm steps)

对于式(1)所描述的系统, PSO优化的LS-SVM预测控制算法步骤如下:

Step 1 初始化系统状态、LS-SVM和PSO参数.

Step 2 对非线性系统施加足够丰富的激励信号, 以得到输入输出数据构成样本集. 使用LS-SVM对训练样本进行训练, 建立LS-SVM预测模型.

Step 3 用测试样本对LS-SVM模型进行测试, 检查测试误差是否在允许的范围. 如果是, 继续下一步; 否则, 改变LS-SVM参数重新训练、测试, 直到测试误差满足要求.

Step 4 对已确定的控制量 $\mathbf{u}(k)$, 系统输出 $\mathbf{y}(k+d)$, 通过LS-SVM预测模型获得 $\hat{\mathbf{y}}(k+d)$. 设定待优化的控制量 $\mathbf{u}(k+1)$ 为 PSO 中粒子的位置向量, 代入LS-SVM预测模型, 获得 $k+1$ 时刻系统的估计输出 $\hat{\mathbf{y}}(k+d+1)$, 通过偏差修正该估计输出并获得粒子的适应值函数 F .

Step 5 比较每个粒子的当前适应值 F_i 和自身最优适应值 F_{ibest} , 如果 $F_i < F_{ibest}$, 则更新 F_{ibest} 和 $\mathbf{l}_i$. 比较粒子的最优适应值和全局最优适应值, 如果 $F_{ibest} < F_{global}$, 则更新 F_{global} 和 $\mathbf{g}$.

Step 6 按式(10)更新每个粒子的权重、速度和位移. 检查是否到达最大迭代次数, 是则退出, $\mathbf{g}$ 即为优化的控制量 $\mathbf{u}(k+1)$, 否则继续 PSO 迭代.

Step 7 将控制量 $\mathbf{u}(k+1)$ 作用于非线性系统, 返回 Step 4 顺序执行, 直至仿真结束.

3 仿真分析(Simulation analysis)

3.1 SISO系统(SISO system)

以文献 [8~10] 中的非线性系统为对象, 描述如下:

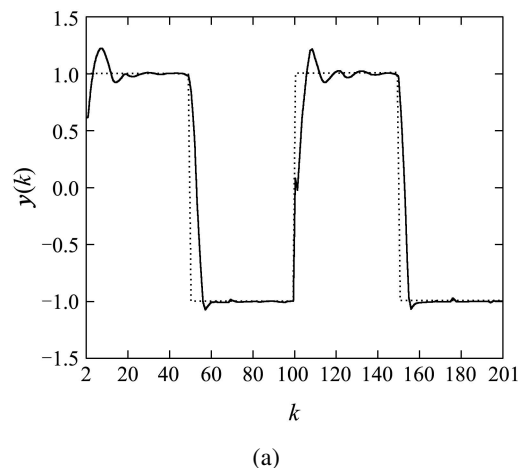
$$\begin{cases} y(k+1) = \\ 0.9722y(k) + 0.3578u(k) - 0.3103y(k)u(k) - \\ 0.04228y^2(k-1) + 0.3084y(k)y(k-1)u(k-1) - \\ 0.03259y^2(k)y(k-1) + 0.1663y(k-1)u(k-1) - \\ 0.3513y^2(k)u(k-1) + \\ 0.1087y(k-1)u(k)u(k-1), \\ \text{s.t. } -2 \leq u \leq 2. \end{cases} \quad (11)$$

系统输出对输入的延迟 $d = 1$. 选择 $[0, 1]$ 均匀分布的随机序列为输入, 建立形如 $[(y(k), y(k-1), u(k), u(k-1)), y(k+1)]$ 的样本集, 将 200 组数据作为训练集, 另外 300 组数据作为测试集. 用 LS-SVM 建立预测模型, 使用高斯核函数, 选择参数 $\gamma = 1000$, $\sigma^2 = 10$. 使用 BP 神经网络(BP-NN)建立预测模型, 允许误差 10^{-5} , 最大训练次数 3000, 二者建模的结果如表 1. 从训练误差、测试误差、训练时间方面显示了 LS-SVM 预测模型的优越性.

表 1 LS-SVM 和 BP-NN 预测模型结果比较
Table 1 Comparative results of predictive models using LS-SVM and BP-NN

	训练误差	测试误差	训练时间
LS-SVM	0.0332	0.0684	0.55 s
BP-NN	0.2287	0.2877	7.43 s

系统初值设为 $u(1) = 0.6133$, $y(1) = 0.6677$, $y(2) = 0.6125$. PSO 的参数选择 $c_1 = 2$, $c_2 = 2$, $w_{\max} = 1$, $w_{\min} = 0.3$, $\lambda = 0.1$, 5 个粒子迭代 10 次. 系统的参考轨迹是幅值为 1 的方波, 用预测控制算法优化控制量, 获得每个控制量的时间不超过 1.2 s. 系统的控制效果和控制量如图 2 中的 (a)(b) 所示.



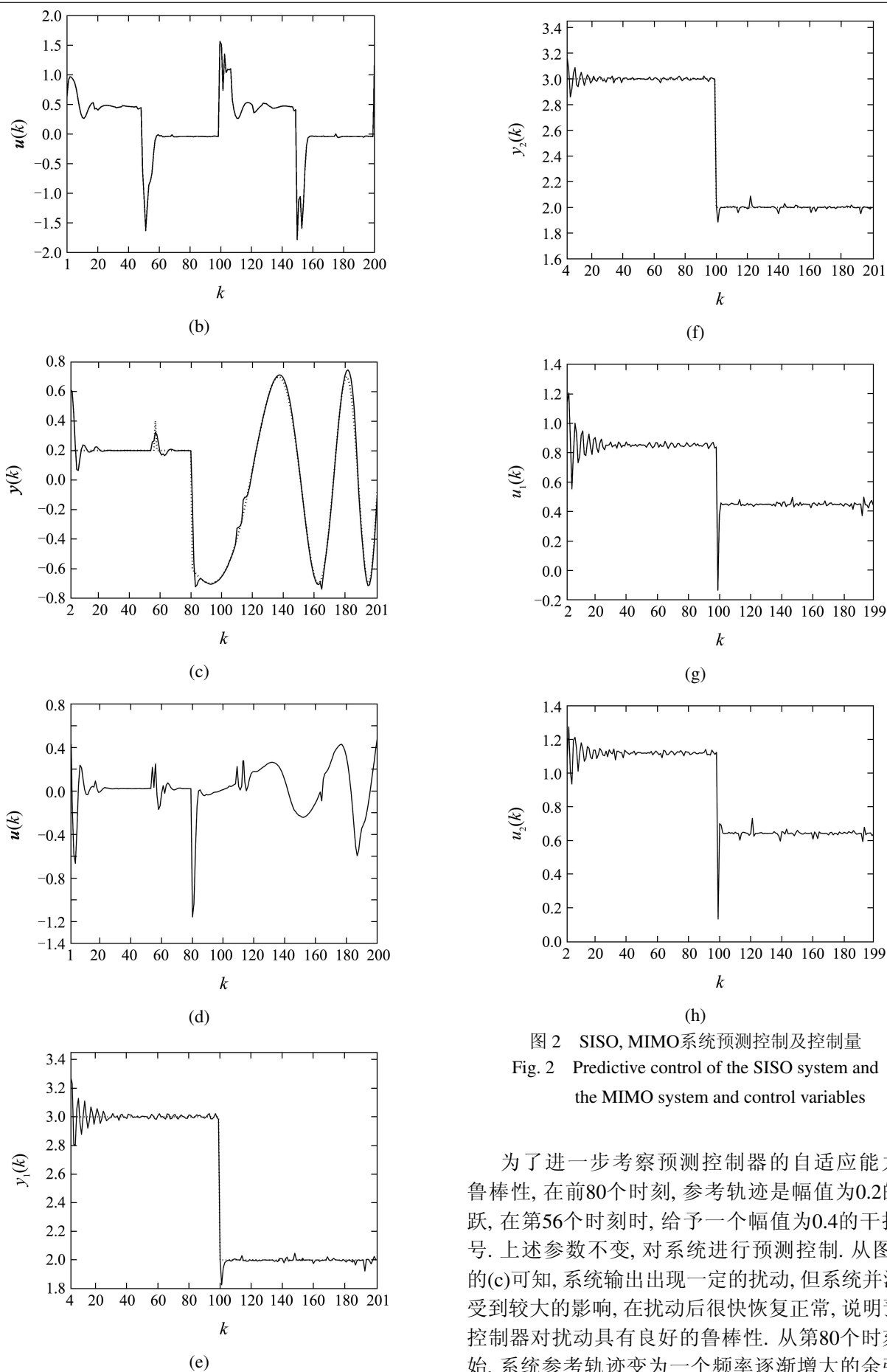


图2 SISO, MIMO系统预测控制及控制量

Fig. 2 Predictive control of the SISO system and the MIMO system and control variables

为了进一步考察预测控制器的自适应能力和鲁棒性, 在前80个时刻, 参考轨迹是幅值为0.2的阶跃, 在第56个时刻时, 给予一个幅值为0.4的干扰信号. 上述参数不变, 对系统进行预测控制. 从图2中的(c)可知, 系统输出出现一定的扰动, 但系统并没有受到较大的影响, 在扰动后很快恢复正常, 说明预测控制器对扰动具有良好的鲁棒性. 从第80个时刻开始, 系统参考轨迹变为一个频率逐渐增大的余弦信

号. PSO优化的LS-SVM预测控制器能够在不改变任何参数的情况下很好的跟踪新的参考轨迹, 具有较好的自适应能力. 图2中的(d)为跟踪变化的参考轨迹的控制量.

3.2 MIMO系统(MIMO system)

两输入两输出的非线性系统如下:

$$\begin{cases} y_1(k+1) = \frac{2}{1+y_1^2(k)} + 0.6y_1(k) + \\ \quad u_1(k-1) + 0.2u_2(k-2), \\ y_2(k+1) = \frac{2}{1+y_2^2(k)} + 0.5y_2(k) + \\ \quad 0.3u_1(k-2) + u_2(k-1), \\ \text{s.t. } -5 \leq u_1, u_2 \leq 5. \end{cases} \quad (12)$$

系统输出对输入的延迟 $d=2$. 选择 $[0, 1]$ 均匀分布的随机序列为输入, 采集形如 $[(y_1(k), u_1(k-1), u_2(k-2)), y_1(k+1)]$ 和 $[(y_2(k), u_1(k-2), u_2(k-1)), y_2(k+1)]$ 的900组数据作为训练集, 另外200组数据作为测试集. 用LS-SVM建立预测模型, 选择参数 $\gamma=1000$, $\sigma^2=3$. 模型训练和测试结果如表2.

系统初值设为 $u(1)=0$, $y(1)=y(2)=y(3)=2.5$. PSO的参数选择为 $c_1=2$, $c_2=2$, $w_{\max}=1$, $w_{\min}=0.3$, $\lambda=0.1$, 10个粒子迭代15次. 系统的参考轨迹是幅值为1的方波, 通过预测控制算法获得控制量, 优化每个控制量的时间不超过0.7 s. 对方波跟踪的效果如图2中的(e)(f)所示, (g)(h)是相应的控制量. 从图中可以看出, 对于MIMO系统, 当参考轨迹发生变化时, 预测控制器能够及时的给出相应的控制量, 使系统较好的跟踪参考轨迹, 因而设计的预测控制器对MIMO系统也是适用的.

表2 LS-SVM预测模型训练和测试结果
Table 2 Training and testing results of LS-SVM predictive model

	训练误差	测试误差	训练时间
$u_1 \sim y_1$	0.1012	0.0398	34.64 s
$u_2 \sim y_2$	0.2246	0.1634	36.88 s

4 结论(Conclusion)

本文对单变量多变量非线性系统, 研究了PSO优化的LS-SVM预测控制方法. 该方法对非线性系统预测控制只需要系统的输入输出数据, 而不要求已

知非线性系统的数学模型. 仿真验证了该预测控制方法是有效的, 且具有较好的自适应能力和鲁棒性. 本文的研究对象为离散系统, 对工业过程中的连续非线性系统进行计算机预测控制时, 连续系统的采样时间要大于优化控制量所需的时间.

参考文献(References):

- [1] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993. (XI Yugeng. *Predictive Control*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1993.)
- [2] 包哲静, 皮道映, 孙优贤. 基于并行支持向量机的多变量非线性模型预测控制[J]. 控制与决策, 2007, 22(8): 922-926. (BAO Zhejing, PI Daoying, SUN Youxian. Multivariable nonlinear model predictive control based on parallel support vector machines[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(8): 922-926.)
- [3] VAPNIK V N. An overview of statistical learning theory[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1999, 10(5): 988-999.
- [4] SUYKENS J A K, VANDEVALLE J. Least squares support vector machines classifiers[J]. *Neural Network Letter*, 1999, 19(3): 293-300.
- [5] 徐保国, 胡立萍. 基于支持向量机的非线性系统模型预测控制[J]. 计算机测量与控制, 2005, 13(8): 799-801. (XU Baoguo, HU Liping. Support vector machine based nonlinear model predictive control[J]. *Computer Measurement and Control*, 2005, 13(8): 799-801.)
- [6] SUN C Y, MU C X, LI X M. A weighted LS-SVM approach for the identification of a class of nonlinear inverse systems[J]. *Science in China Series F-Information Sciences*, 2009, 52(5): 770-779.
- [7] SHAW-TAYLOR J, CRISTIANINI N. *Kernel Methods for Pattern Analysis*[M]. England: Cambridge University Press, 2004.
- [8] 刘毅, 王海清, 李平. 采用Brent优化的核学习单步预测控制算法[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(1): 107-110. (LIU Yi, WANG Haiqing, LI Ping. Kernel learning one-step-ahead predictive control algorithm using Brent optimization[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(1): 107-110.)
- [9] LU C H, TSAI C C. Generalized predictive control using recurrent fuzzy neural networks for industrial processes[J]. *Journal of Process Control*, 2007, 17(1): 83-92.
- [10] AHMED M S. Neural-net-based direct adaptive control for a class of nonlinear plants[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(1): 119-124.

作者简介:

穆朝絮 (1984—), 女, 博士研究生, 研究领域包括复杂系统建模与系统分析、智能控制及机器学习等, E-mail: mcx1984@sina.com;

张瑞民 (1979—), 男, 讲师, 博士研究生, 研究领域包括贝叶斯理论、机器学习、无模型控制等, E-mail: zhangrim@163.com;

孙长银 (1975—), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域包括智能控制理论及其应用、非线性系统分析与优化、模式识别等等, E-mail: cysun@seu.edu.cn.