第 27 卷第 2 期
2010 年 2 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 27 No. 2
Feb. 2010

文章编号: 1000−8152(2010)02−0147−05

非参数不确定性非线性系统的自适应观测器设计

陈彭年[1], 秦化淑[2], 张 洁[3]

(1. 中国计量学院 理学院, 浙江 杭州 310018; 2. 中国科学院数学与系统科学研究院 系统科学研究所, 北京 100080;

3. 中国计量学院 机电工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 本文考虑一类不确定非线性系统的自适应观测器设计问题. 系统的不确定性不能参数化, 这类非线性系统的观测器无法用传统方法设计. 首先用神经网络对系统的不确定性进行逼近, 然后利用神经网络的基函数向量对系统进行滤波变换, 再由此构造自适应观测器. 给出了观测误差估计. 本文结果表明适当选定神经网络的逼近精度和调整观测器的设计参数可使观测误差任意地小.

关键词: 自适应观测器; 非线性系统; 神经网络

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Adaptive observer design for nonlinear systems with nonparametric uncertainties

CHEN Peng-nian[1], QIN Hua-shu[2], ZHANG Jie[3]

(1. College of Science, China Jiliang University, Hangzhou Zhejiang 310018, China;
2. Institute of Systems Science, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China;
3. College of Mechanical and electronic engineering, China Jiliang University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

Abstract: Based on neural networks, we design an adaptive observer for a class of systems with nonparametric uncertainties, improving the traditional methods which fail in designing the adaptive observers for such a class of systems. First, a neural network is used to approximate the uncertainties; and then, a filtered transformation of the system is performed by using the vector of the basic functions of the neural network. Based on the transformed system, the observer for the original system is constructed. An estimation of the observation error is also given. The result of the paper shows that the observation error value can be made arbitrarily small by reducing the error in the approximate uncertainties and properly choosing the design parameters of the observer.

Key words: adaptive observers; nonlinear systems; neural networks

1 引言(Introduction)

不确定系统观测器的设计是自适应控制、鲁棒控制中的重要问题. 系统的不确定性是指系统所含有的未知函数或未知参数. 当系统的不确定性由未知参数表达时, 称为参数化不确定性; 当不能由未知参数表达时, 称为非参数化不确定性. 对于参数化不确定性, 当未知参数是线性地出现时, 称其为线性参数化不确定性, 否则称其为非线性参数化不确定性. 文献[1∼3]研究了不确定性可线性参数化的系统的观测器设计问题. 文献[1,3]所考虑的系统具有自适应观测器形式, 允许系统的相对阶大于1. 利用滤波变换化为相对阶为1的系统, 然后设计观测器. 其主要优点是观测误差趋于零. 文献[2]考虑的是多输入多输出系统, 要求相应的线性系统是严格正实系统. 这些观测器的设计方法不适用于具有非参数化不确定性的系统. 对具有非参数不确定性的非线性系统的观测器设计, 目前主要的方法是利用神经网络对不确定函数进行逼近. 文献[4]对一类具非参数化不确定性的系统提出了利用神经网络进行观测器设计的一个方法. 为了实现神经网络参数的自适应律, 再引入了一个观测器, 对前一个观测器的观测器误差的进估计, 用此估计去实现神经网络的参数的自适应律. 因此, 实际上是两个观测器. 用观测器进行输出反馈控制的方法可见文献[5∼7]. 文献[8]将观测器用于系统的故障诊断等问题. 从上面可以看到, 具有非参数化不确定性的系统的观测器设计还有很大的局限性.

本文考虑不确定非线性系统

收稿日期: 2009−07−01; 收修改稿日期: 2009−09−20.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60674023, 60874029).

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \psi(y,u) + b\beta(y,u), \\ y = C^{\mathrm{T}}x \end{cases} \tag{1}$$

的观测器设计问题. 其中: $x \in \mathbb{R}^n$是系统的状态向量, $y \in \mathbb{R}$是系统输出, $u \in \mathbb{R}$是系统输入; $A \in \mathbb{R}^{n\times n}, b \in \mathbb{R}^{n\times 1}, C \in \mathbb{R}^{n\times 1}$, $\psi(y,u)$是y和u的已知连续函数向量, $\beta(y,u)$是一个未知函数, 代表系统的不确定性. 但假定$\beta(y,u)$是y和u的连续函数. 设(C,A)可观测, $\Sigma(C,A,b)$是相对阶为ρ最小相位系统. 由系统(1)中, $\psi(y,u)$ 的存在, 不失一般性, 可以假设A,b,C具有下面的形式[3]:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\cdots 0 \\ 0 & 0 & 1\cdots 0 \\ & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0\cdots 1 \\ 0 & 0 & 0\cdots 0 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_\rho \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix},$$

$$C = (1\ 0\ \cdots\ 0)^{\mathrm{T}}.$$

由于$\Sigma(C,A,b)$是最小相位系统, b是Hurwitz向量[3]. 系统(1)是文献[1,3]所考虑系统的推广, 这里的不确定性不能参数化, 而文献[1,3]中的不确定性是线性参数化不确定性. 象通常的那样, 假定系统(1)的解$x(t)$有界.

本文利用神经网络在紧集上的万有逼近性, 提出了一种自适应观测器设计的新方法. 通过选择神经网络的逼近精度, 和观测器的设计参数, 可使观测误差任意地小.

2 观测器设计(Observer design)

设$\Sigma(C,A,b)$为相对阶为ρ. 当相对阶$\rho=1$时, 系统(1)的观测器设计问题是平凡的. 因此, 设$\rho > 1$.

观测器的设计主要由用神经网络对系统不确定性的逼近、滤波变换和变换后系统的观测器构造3部分构成.

首先用神经网络来逼近系统(1)的不确定函数$\beta(y,u)$. 以$(y,u)^{\mathrm{T}}$为输入的神经网络可以表示成如下形式:

$$w^{\mathrm{T}}\phi(y,u).$$

其中: $w = (w_1,w_2,\cdots,w_l)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^l$是神经网络权向量, $\phi(y,u) = (\phi_1(y,u),\phi_2(y,u),\cdots,\phi_l(y,u))^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^l$是神经网络的基函数向量. 实际应用中有各种不同的神经网络基函数, 假设本文采用高斯基函数[5,9,10]. 文献[5]的神经网络比文献[9,10]的神经网络在结构上多了一个偏置参数, 在应用中多了一点灵活性, 在某些情况下是有用的. 从理论上讲, 具有万有逼近性质的神经网络都可用来逼近$\beta(y,u)$, 因此在实际应用中, 可根据具体情况选择不同的神经网络.

设$M > 0$使得

$$\|(y(t),u(t))^{\mathrm{T}}\| \leqslant M,\ t \geqslant 0. \tag{2}$$

设$\Omega = \{(y,u)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^2 | \|(y,u)^{\mathrm{T}}\| \leqslant M\}$, 则$\Omega$是$\mathbb{R}^2$的一个紧子集. 显然,

$$(y(t),u(t))^{\mathrm{T}} \in \Omega,\ t \geqslant 0. \tag{3}$$

根据神经网络在紧集上的万有逼近性质[5,9,10], 对任意$\varepsilon > 0$, 存在高斯基函数向量$\phi(y,u) \in \mathbb{R}^p$和权向量$w \in \mathbb{R}^p$, p为某个正整数, 使得

$$|\beta(y,u) - w^{\mathrm{T}}\phi(y,u)| \leqslant \varepsilon,\ (y,u)^{\mathrm{T}} \in \Omega. \tag{4}$$

在式(4)中, 由于$\beta(y,u)$是一个未知函数, 权向量w是未知的. 设

$$\Delta\beta(y,u) = \beta(y,u) - w^{\mathrm{T}}\phi(y,u),$$

则由式(3)和式(4), 有

$$|\Delta\beta(y(t),u(t))| \leqslant \varepsilon,\ t \geqslant 0. \tag{5}$$

另外, 系统(1)可以表示成

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \psi(y,u) + bw^{\mathrm{T}}\phi(y,u) + b\Delta\beta(y,u), \\ y = C^{\mathrm{T}}x. \end{cases} \tag{6}$$

现在对系统(1)进行滤波变换. 设

$$\begin{cases} d_\rho = b, \\ d_j = Ad_{j+1} + \lambda_j d_{j+1}, \\ 1 \leqslant j \leqslant \rho - 1, \end{cases} \tag{7}$$

其中: $\lambda_j > 0,\ j = 1,2,\cdots,\rho-1$. 容易看到$\Sigma(C,A,d_j)$是相对阶为$j$的最小相对系统[3]. 引入滤波方程

$$\begin{cases} \xi_\rho = \phi(y,u), \\ \dot{\xi}_j = -\lambda_j\xi_j + \xi_{j+1},\ \xi_j(0) = 0, \\ 1 \leqslant j \leqslant \rho - 1 \end{cases} \tag{8}$$

作滤波变换:

$$z = x - \sum_{j=2}^{\rho} d_j w^{\mathrm{T}}\xi_{j-1}, \tag{9}$$

则方程(6)被变换成

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + \psi(y,u) + d_1 w^{\mathrm{T}}\xi_1 + b\Delta\beta(y,u,\theta), \\ y = C^{\mathrm{T}}x. \end{cases} \tag{10}$$

对式(10)构造自适应观测器如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = A\hat{z} + L(y - C^{\mathrm{T}}\hat{z}) + \psi(y,u) + d_1\hat{w}^{\mathrm{T}}\xi_1, \\ \dot{\hat{w}} = \gamma e_1\xi_1 - \sigma(\hat{w} - w_0),\ \hat{w}(0) = w_0, \end{cases} \tag{11}$$

其中: $L \in \mathbb{R}^n$, $e_1 = y - C^{\mathrm{T}}\hat{z}$, $\gamma > 0$和$\sigma > 0$是常数, w_0是w的初始估计. w的初始估计w_0可以通过分析、对网络的离线训练等方式得到[5]. 设$\bar{A} = A - LC^{\mathrm{T}}$. 取$L$使得存在$P > 0$, $Q > 0$, 矩阵方程

$$\begin{cases} P\bar{A} + \bar{A}^{\mathrm{T}}P = -Q, \\ Pd_1 = C \end{cases} \tag{12}$$

成立. 因为(C, A, d_1)是相对阶为1的最小相位系统, 所以具有那样性质的L必定存在.

设$\hat{x}$表示x的估计, 按下式确定:

$$\hat{x} = \hat{z} + \sum_{j=2}^{\rho} d_j \hat{w}^{\mathrm{T}} \xi_{j-1}. \tag{13}$$

系统(1)的观测器由式(8)、式(11)和式(13)组成.

3 观测器性能分析(Analysis of observer performance)

本节将对观测误差推导出一个估计公式. 由此公式不仅可以看到误差的上界, 也可以看出改进观测误差的途径. 在对观测误差进行分析之前, 先建立一个引理.

引理 1 考虑变换(7)和滤波方程(8). 设式(4)定义的基函数向量$\phi(y,u)$满足$\|\phi(y,u)\| \leqslant M_1$, $M_1 > 0$为常数. 设$\lambda_{\rho-1} > 0$, $\lambda_j \geqslant 2(\|A\| + \lambda_{j+1})$, $j = 1,2,\cdots,\rho-2$, 则有

i)

$$\|\xi_\rho(t)\| \leqslant M_1,\ t \geqslant 0,$$
$$\|\xi_j(t)\| \leqslant \frac{1}{\lambda_j\lambda_{j+1}\cdots\lambda_{\rho-1}} M_1,\ j = 1,2,\cdots,\rho-1;$$

ii)

$$\|d_j\|\|\xi_{j-1}(t)\| \leqslant (\frac{1}{2})^{\rho-j}\frac{1}{\lambda_{\rho-1}} M_1\|b\|,$$
$$j = 2,3,\cdots,\rho.$$

证 根据式(8)的第1式, 有

$$\|\xi_\rho(t)\| = \|\phi(y(t),u(t))\| \leqslant M_1,\ t \geqslant 0. \tag{14}$$

再根据式(8)的第2式, 对$j = 1,2,\cdots,\rho-1$, 有

$$\xi_j(t) = \mathrm{e}^{-\lambda_j t}\int_0^t \mathrm{e}^{\lambda_j\tau}\xi_{j+1}\mathrm{d}\tau,\ t \geqslant 0.$$

由此立即得

$$\|\xi_j(t)\| \leqslant \frac{1}{\lambda_j}\sup_{t\geqslant 0}\|\xi_{j+1}(t)\|.$$

再由式(14)得到

$$\|\xi_j(t)\| \leqslant \frac{1}{\lambda_j\lambda_{j+1}\cdots\lambda_{\rho-1}} M_1,\ t \geqslant 0, \tag{15}$$

式中$j = 1,2,\cdots,\rho-1$. 这证明了i). 下证ii).

由d_j的定义知

$$\|d_j\| = \|Ad_{j+1} + \lambda_j d_{j+1}\| \leqslant$$
$$(\|A\|+\lambda_j)\|d_{j+1}\|,\ j=1,2,\cdots,\rho-1. \tag{16}$$

因为$d_\rho = b$, 所以由式(16)得

$$\|d_j\| \leqslant (\|A\| + \lambda_j)(\|A\| + \lambda_{j+1})\cdots\times$$
$$(\|A\| + \lambda_{\rho-1})\|b\|,\ j = 1,2,\cdots,\rho-1. \tag{17}$$

由式(15)和式(17)可得

$$\|d_{1+j}\|\|\xi_j(t)\| \leqslant$$
$$\frac{(\|A\| + \lambda_{j+1})\cdots(\|A\| + \lambda_{\rho-1})}{\lambda_j\lambda_{j+1}\cdots\lambda_{\rho-1}} M_1\|b\| \leqslant$$
$$(\frac{1}{2})^{\rho-j}\frac{1}{\lambda_{\rho-1}} M_1\|b\|,\ j = 1,2,\cdots,\rho-1.$$

此即为引理1的结论ii) . 上式最后一个不等式, 利用了引理1中的条件$\lambda_j \geqslant 2(\|A\| + \lambda_{j+1})$. 引理1证毕.

引理1表明, 增大$\lambda_{\rho-1}$, 可使$\|d_{1+j}\|\|\xi_j(t)\|$减小, $j = 1,2,\cdots,\rho-1$.

用$\lambda_{\mathrm{m}}(Q)$和$\lambda_{\mathrm{M}}(P)$分别表示Q的最小特征值和P的最大特征值.

定理 1 设引理 1 的条件满足. 取 σ 使得 $\dfrac{\lambda_{\mathrm{m}}(Q)}{\lambda_{\mathrm{M}}(P)} \geqslant \sigma > 0$. $\tilde{x} = x - \hat{x}$. 则在由式(8)(11)和式(13)构成的观测器中所有信号都是有界的, 而且

$$\lim_{t\to+\infty}\sup\|\tilde{x}(t)\| \leqslant c_1\varepsilon + c_2, \tag{18}$$

其中: ε是神经网络对$\beta(y,u)$的逼近误差, 由式(4)定义, $c_1 = \sqrt{\dfrac{2}{\sigma}}\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|$, $c_2 > 0$. 可以通过适当地选择参数γ, λ_j, $j = 1,2,\cdots,\rho-1$, 使c_2任意地小.

证 设$\tilde{z} = z - \hat{z}$, $\tilde{w} = w - \hat{w}$. 则由式(10)和式(11)知, $\tilde{z}$满足方程

$$\dot{\tilde{z}} = \bar{A}\tilde{z} + d_1\tilde{w}^{\mathrm{T}}\xi_1 + b\Delta\beta(y,u).$$

构造李雅普诺夫函数

$$V = \gamma\tilde{z}^{\mathrm{T}}P\tilde{z} + \|\tilde{w}\|^2, \tag{19}$$

其中γ由式(11)定义.

由直接计算知

$$\dot{V} = \gamma\tilde{z}^{\mathrm{T}}(P\bar{A} + \bar{A}^{\mathrm{T}}P)\tilde{z} + 2\gamma\tilde{z}^{\mathrm{T}}Pd_1\tilde{w}^{\mathrm{T}}\xi_1 +$$
$$2\gamma\tilde{z}^{\mathrm{T}}Pb\Delta\beta(y,u) - 2\tilde{w}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{w}}. \tag{20}$$

因为矩阵方程(12)成立, 所以$\tilde{z}^{\mathrm{T}}Pb = \tilde{z}_1 = e_1$. 于是, 由式(20)可得

$$\dot{V} = -\gamma\tilde{z}^{\mathrm{T}}Q\tilde{z} + 2\gamma e_1\tilde{w}^{\mathrm{T}}\xi_1 +$$
$$2\gamma\tilde{z}^{\mathrm{T}}Pb\Delta\beta(y,u) - 2\tilde{w}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{w}}. \tag{21}$$

将式(11)中$\dot{\hat{w}}$的表达式代入式(21), 并注意到

$$\tilde{z}^{\mathrm{T}}Pb\Delta\beta(y,u,\theta)\leqslant \frac{1}{2}\tilde{z}^{\mathrm{T}}Q\tilde{z}+\frac{1}{2}\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|^2|\Delta\beta(y,u)|^2$$

和式(5), 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&-\frac{1}{2}\gamma\tilde{z}^{\mathrm{T}}Q\tilde{z}+2\gamma\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|^2|\Delta\beta(y,u)|^2+\\&2\sigma\tilde{w}^{\mathrm{T}}(\hat{w}-w_0)\leqslant\\&-\frac{1}{2}\gamma\tilde{z}^{\mathrm{T}}Q\tilde{z}+2\gamma\varepsilon^2\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|^2-\\&\sigma\|\tilde{w}^{\mathrm{T}}\|^2+\sigma\|\Delta w\|^2,\end{aligned}\tag{22}$$

其中$\Delta w=w-w_0$.

另一方面, 有

$$\tilde{z}^{\mathrm{T}}Q\tilde{z}\geqslant\lambda_{\mathrm{m}}(Q)\|\tilde{z}\|^2\geqslant\frac{\lambda_{\mathrm{m}}(Q)}{\lambda_{\mathrm{M}}(P)}\tilde{z}^{\mathrm{T}}P\tilde{z},\tag{23}$$

其中: $\lambda_{\mathrm{m}}(Q)$是Q的最小特征值, $\lambda_{\mathrm{M}}(P)$是P的最大特征值. 因为σ满足$0<\sigma\leqslant\dfrac{\lambda_{\mathrm{m}}(Q)}{2\lambda_{\mathrm{M}}(P)}$, 所以根据式(22)和式(23)有

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&-\frac{\gamma}{2}\frac{\lambda_{\mathrm{m}}(Q)}{\lambda_{\mathrm{M}}(P)}\tilde{z}^{\mathrm{T}}P\tilde{z}+2\gamma\varepsilon^2\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|^2-\\&\sigma\|\tilde{w}^{\mathrm{T}}\|^2+\sigma\|\Delta w\|^2\leqslant\\&-\frac{\gamma}{2}\frac{\lambda_{\mathrm{m}}(Q)}{\lambda_{\mathrm{M}}(P)}\tilde{z}^{\mathrm{T}}P\tilde{z}+2\gamma\varepsilon^2\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|^2-\\&\sigma\|\tilde{w}^{\mathrm{T}}\|^2+\sigma\|\Delta w\|^2\leqslant\\&-\sigma V+2\gamma\varepsilon^2\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|^2+\sigma\|\Delta w\|^2.\end{aligned}$$

由此得

$$V(t)\leqslant e^{-\sigma t}V(0)+\frac{1}{\sigma}2\gamma\varepsilon^2\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|^2+\|\Delta w\|^2.\tag{24}$$

不设一般性, 可设P的最小特征值大于、等于1. 从式(19)和式(24)知

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to+\infty}\sup\|\tilde{z}(t)\|\leqslant\lim_{t\to+\infty}\sup\sqrt{\frac{1}{\gamma}V(t)}\leqslant\\&\sqrt{\frac{2}{\sigma}}\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|\varepsilon+\sqrt{\frac{1}{\gamma}}\|\Delta w\|.\end{aligned}\tag{25}$$

从式(11)可得

$$\dot{\tilde{w}}=-\gamma e_1\xi_1-\sigma\tilde{w}+\sigma\Delta w.\tag{26}$$

由此立即得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|\tilde{w}\|^2\leqslant-\frac{\sigma}{4}\|\tilde{w}\|^2+\frac{\sigma}{4}\|\frac{1}{\sigma}\gamma e_1\xi_1-\Delta w\|^2.\tag{27}$$

根据微分不等式得

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to+\infty}\sup\|\tilde{w}(t)\|\leqslant\\&\lim_{t\to+\infty}\sup(\mathrm{e}^{-\frac{\sigma t}{4}}+\mathrm{e}^{-\frac{\sigma t}{4}}\int_0^t\mathrm{e}^{\sigma\tau}\psi(\tau)\mathrm{d}\tau),\end{aligned}$$

其中

$$\psi(t)=\frac{\sigma}{4}\|\frac{1}{\sigma}\gamma e_1(t)\xi_1(t)-\Delta w\|^2,$$

因此可得

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to+\infty}\sup\|\tilde{w}(t)\|\leqslant\\&\lim_{t\to+\infty}\sup\|\frac{1}{\sigma}\gamma e_1(t)\xi_1(t)-\Delta w\|\leqslant\\&\frac{1}{\sigma}\lim_{t\to+\infty}\sup|\gamma e_1(t)|\|\xi_1(t)\|+\|\Delta w\|.\end{aligned}\tag{28}$$

因为根据$V(t)$的定义和式(24), 有

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to+\infty}\sup\sqrt{\gamma e_1^2(t)}\leqslant\sqrt{\frac{1}{\lambda_{\mathrm{m}}(P)}V(t)}\leqslant\\&\sqrt{\frac{1}{\lambda_{\mathrm{m}}(P)}}(\sqrt{\frac{2\gamma}{\sigma}}\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|\epsilon+\|\Delta w\|),\end{aligned}\tag{29}$$

其中$\lambda_{\mathrm{m}}(P)$是P最小特征值. 根据式(28)和式(29), 有

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to+\infty}\sup\|\tilde{w}(t)\|\leqslant\\&\gamma\sqrt{\frac{2}{\sigma^3\lambda_{\mathrm{m}}(P)}}\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|\varepsilon\lim_{t\to+\infty}\sup\|\xi_1(t)\|+\\&\|\Delta w\|\lim_{t\to+\infty}\sup\left(\frac{1}{\sigma}\sqrt{\frac{\gamma}{\lambda_{\mathrm{m}}(P)}}\|\xi_1(t)\|+1\right).\end{aligned}\tag{30}$$

根据引理1,

$$\lim_{t\to+\infty}\sup\|\xi_1(t)\|\leqslant\frac{1}{\lambda_1\cdots\lambda_{\rho-1}}M_1.\tag{31}$$

由式(30)和式(31)得

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to+\infty}\sup\|\tilde{w}(t)\|\leqslant\\&\frac{1}{\lambda_1\cdots\lambda_{\rho-1}}\gamma\sqrt{\frac{2}{\sigma^3\lambda_{\mathrm{m}}(P)}}\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|\varepsilon M_1+\\&\|\Delta w\|\left(\frac{1}{\sigma\lambda_1\cdots\lambda_{\rho-1}}\sqrt{\frac{\gamma}{\lambda_{\mathrm{m}}(P)}}M_1+1\right)\overset{\mathrm{def}}{=}c_3.\end{aligned}\tag{32}$$

根据式(9)和式(13),

$$\|\tilde{x}(t)\|\leqslant\|\tilde{z}(t)\|+\sum_{j=2}^{\rho}\|d_j\|\|\tilde{w}(t)\|\|\xi_{j-1}(t)\|.$$

对上式左右两端求上极限, 并注意到式(25)和式(32), 可以得到

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to+\infty}\sup\|\tilde{x}(t)\|\leqslant\\&\sqrt{\frac{2}{\sigma}}\|Q^{-\frac{1}{2}}Pb\|\varepsilon+\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\|\Delta w\|+\end{aligned}$$

$$c_3 \sum_{j=2}^{\rho} \lim_{t\to+\infty} \sup \|d_j\| \|\xi_{j\text{-}1}(t)\|. \tag{33}$$

根据引理1,

$$\sum_{j=2}^{\rho} \lim_{t\to+\infty} \sup \|d_j\| \|\xi_{j-1}(t)\| \leqslant \\ \sum_{j=2}^{\rho} \frac{1}{2^{\rho-j}} \frac{1}{\lambda_{\rho-1}} M_1 \|b\| \leqslant \frac{3}{2\lambda_{\rho-1}} M_1 \|b\|. \tag{34}$$

设

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \|\Delta w\| + c_3 \frac{3}{2\lambda_{\rho-1}} M_1 \|b\|. \tag{35}$$

由式(33)～(35)得到

$$\lim_{t\to+\infty} \sup \|\tilde{x}\| \leqslant c_1 \varepsilon + c_2.$$

由式(32)和式(35)知道, 当$\gamma > 0$, $\lambda_j > 0$, $j = 1, 2, \cdots, \rho - 1$, 适当大时, 可使$c_2$小于事先任意给定的正数.　　证毕.

注 1　定理1给出了观测器最终误差上界的一个估计, 同时也表明了, 只要增加系统不确定性的逼近精度和适当地选择观测器的设计参数, 可以使观测误差小于事先任给的允许误差界.

本文的未知函数$\beta(y, u)$只同可直接利用的量y和u有关. 当未知函数与不能直接利用的状态变量有关时, 问题变得更为复杂. 目前的一种处理方法是利用有时滞的神经网络进行逼近[5]. 但这种方法要求系统能化为规范形, 且为全局指数式最小相位系统.

4　结束语(Conclusions)

基于神经网络的万能逼近能力, 本文对一类不确定性不能参数化的非线性系统提出了观测器的设计方法. 适当选择神经网络和观测器参数, 可使观测误差任意地小. 但这里假设系统输入和输出的上界是已知的. 当系统的输入和输出上界未知时, 观测器的设计问题未见有人研究. 这是一个有意义的问题, 值得研究.

未知函数与一般的状态变量有关的系统的观测器设计在理论和应用上都具有重要意义, 目前虽然有一些工作, 但值得进一步研究.

另外, 神经网络只不过是一种逼近工具, 从理论上讲, 也可以用多项式逼近. 从应用角度看, 就要选择最为有利实施的逼近方式.

参考文献(References):

[1] BASTIN G, GERVERS M R. Stable observers for nonlinear time-varying systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, 33(7): 650 – 658.

[2] CHO Y M, RAJAMANI R. A systematic approach to adaptive observer synthesis for nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(4): 534 – 537.

[3] MARINO R, TOMEI P. Global adaptive observers for nonlinear systems via filtered transformations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(8): 1239 – 1245.

[4] HOVAKIMYAN N, CALISE A J, MADYASTHA V K. An adaptive observer design methodology for bounded nonlinear processes[C] //*Proceeding of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*. Piscataway, NJ: IEEE, 2002, 4: 4700 – 4705.

[5] HOVAKIMYAN N, NARDI F, CALISE A, et al. Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems using single-hidden-layer neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, 13(6): 1420 – 1431.

[6] HADDAD W M, BAILEY J M, HAYAKAWA T, et al. Neural network adaptive output feedback control for intensive care unit sedation and intraoperative anesthesia[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2007, 18(4): 1049 – 1066.

[7] HAYAKAWA T, HADDAD W M, BAILEY J M, et al. Passivity-based neural network adaptive output feedback control for nonlinear nonnegative dynamical systems[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(2): 387 – 298.

[8] TALEBI H A, KHORASANI K, TAFAZOLI S A. Recurrent neural-network-based sensor and actuator fault detection and isolation for nonlinear systems with application to the satellite's attitude control subsystem[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2009, 20(1): 45 – 60.

[9] WANG C, DVID J H, GE S S, et al. An ISS-modular approach for adaptive neural control of pur-feedback systems[J]. *Automatica*, 2006, 42(5): 723 – 731.

[10] SESHAGIRI S, KHALIL H H. Output feedback contrl of nonlinear systems using RBF neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2000, 11(1): 69 – 79.

作者简介:

陈彭年　(1948—), 男, 教授, 研究领域为稳定性理论、非线性系统控制、自适应控制等, E-mail: pnchen@mail.hz.zj.cn;

秦化淑　(1934—), 女, 研究员, 主要研究方向为系统稳定性、非线性系统控制、机器人控制和混沌控制等, E-mail: qin@mail.iss.ac.cn;

张　洁　(1981—), 女, 硕士, 研究方向为非线性控制等, E-mail: zhangjie@cjlu.edu.cn.