

文章编号: 1000-8152(2010)02-0159-05

一种新的粒子滤波算法在INS/GPS组合导航系统中的应用

向礼, 刘雨, 苏宝库

(哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 为改善传统粒子滤波中的样本退化和样本枯竭问题, 提出一种新的粒子滤波算法。在重要性采样中, 利用最新测量值, 结合差分滤波算法产生重要性函数; 在再采样中, 利用高斯混合模型近似状态的后验概率密度, 引入最大期望算法计算该高斯混合模型的参数, 并从该新分布中采样后验粒子集, 取代传统的再采样。从而通过提高重要性函数对状态后验概率密度的逼近程度来缓解样本退化问题, 通过改进再采样实现过程来缓解样本枯竭问题。把新算法应用到INS/GPS组合导航系统中, 仿真结果表明新算法的估计性能明显优于粒子滤波。

关键词: 粒子滤波; 最大期望算法; 惯导系统/全球定位; 组合导航

中图分类号: TN713 **文献标识码:** A

Improved particle filter algorithm for INS/GPS integrated navigation system

XIANG Li, LIU Yu, SU Bao-ku

(School of Astronautic, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: To deal with the problem “sample degeneration” and “sample impoverishment” in traditional particle filter(PF), a new particle filter algorithm is presented. In the importance sampling, this new filter uses the difference filter and the latest observed measurements to generate the importance-density. In the resampling step, it makes use of the posterior density of the approximate states in the Gaussian mixture model and employs the expectation-maximization(EM) algorithm to calculate the parameters of the Gaussian mixture model; and then, it samples the posterior particle sets from the new distribution to replace the traditional resampling step. The effects of the “sample degeneration” and the “sample impoverishment” are reduced. Simulation results of the application to inertial navigation system/global position system(INS/GPS) integrated navigation system show that the estimation performance of proposed algorithm is superior to that of the traditional particle filter algorithm.

Key words: particle filter; expectation-maximization algorithm; INS/GPS; integrated navigation

1 引言(Introduction)

INS/GPS组合导航系统利用INS和GPS二者在误差传播特性上的优势互补关系, 大大提高了导航系统的整体性能^[1]。组合导航系统在信息融合时, 有两种方法: 直接法和间接法^[2]。在直接法中, 是采用导航系统的导航参数作为状态, 经过滤波计算, 得到导航参数的估计值; 而在间接法中, 是采用导航子系统输出参数的误差量作为状态, 经过滤波计算, 获得各导航参数误差量的估计值。在实际应用中, 直接法的状态方程是非线性的, 一般是对非线性方程进行线性化, 采用扩展卡尔滤波来处理, 给滤波器的设计带来了一定的困难, 估计精度也不高。因此, 在INS/GPS组合导航系统中, 目前一般都采用间接

法的卡尔曼滤波^[2]。

而相比于间接法, 直接法采用状态方程直接描述导航参数的动态变化过程, 能较准确地反映真实状态的变化情况, 比间接法的1阶近似更精确; 同时, 状态方程以惯导力学编排方程为主, 滤波器既能达到力学编排方程解算导航参数的目的, 又能起到滤波估计的作用, 可使惯导系统避免力学编排方程的重复计算^[2]。因此, 有必要研究在非线性情况下应用直接法进行滤波。

粒子滤波^[3]为直接法提供了一种途径, 核心思想是先在状态空间中产生一组随机样本(粒子), 然后在测量的基础上, 通过调节权值的大小和样本的位置获得服从实际分布的样本, 并以样本的均值作为

状态估计值。近些年来粒子滤波已被应用于惯性导航目标跟踪^[4~7]等多个领域。

但是,粒子滤波存在样本退化和样本枯竭问题,这严重影响其估计性能。文中提出一种新粒子滤波算法,称为高斯混合粒子滤波(Gaussian mixture particle filter, GMMPF):采用2阶差分滤波^[8]产生重要性函数,改善样本贫化问题;通过高斯混合模型来表示状态的后验概率密度,并利用EM算法计算该高斯混合模型的参数,然后从该新密度中采样得到下一时刻的先验粒子集,取代传统粒子滤波中仅根据权值大小简单地繁殖与丢弃样本的再采样实现过程,改善样本枯竭问题^[9]。

2 基本粒子滤波算法(Particle filter)

假定非线性动态过程表示如下:

$$x_k = f(x_{k-1}, v_{k-1}) \quad (\text{状态方程}), \quad (1)$$

$$y_k = h(x_k, n_k) \quad (\text{观测方程}). \quad (2)$$

若已知状态初始概率密度为 $p(x_0|y_0) = p(x_0)$,则状态预测方程为

$$p(x_k|y_{1:k-1}) = \int p(x_k|x_{k-1})p(x_{k-1}|y_{1:k-1})dx_{k-1}. \quad (3)$$

状态更新方程为

$$p(x_k|y_{1:k}) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|y_{1:k-1})}{p(y_k|y_{1:k-1})}. \quad (4)$$

式中

$$p(y_k|y_{1:k-1}) = \int p(y_k|x_k)p(x_k|y_{1:k-1})dx_k.$$

若存在一个已知且易采样的重要性函数 $q(x_{0:k}|y_{1:k})$,并将其改写为

$$q(x_{0:k}|y_{1:k}) = q(x_0) \prod_{j=1}^k q(x_j|x_{0:j-1}, y_{1:j}), \quad (5)$$

则权值公式为

$$\begin{aligned} w_k &= \frac{p(y_{1:k}|x_{0:k})p(x_{0:k})}{q(x_k|x_{0:k-1}, y_{1:k})q(x_{0:k-1}, y_{1:k})} = \\ &w_{k-1} \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|x_{k-1})}{q(x_k|x_{0:k-1}, y_{1:k})}. \end{aligned} \quad (6)$$

从 $p(x_{k-1}|y_{1:k-1})$ 中采样 N 个样本点 $\{x_{k-1}^i\}_{i=1}^N$,则概率密度为

$$p(x_{k-1}|y_{1:k-1}) = \sum_{i=1}^N w_{k-1}^i \delta(x_{k-1} - x_{k-1}^i). \quad (7)$$

更新的概率密度为

$$p(x_k|y_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N w_k^i \delta(x_k - x_k^i). \quad (8)$$

式中 $w_k^i = w_{k-1}^i \frac{p(y_k|x_k^i)p(x_k^i|x_{k-1}^i)}{q(x_k^i|x_{k-1}^i, y_k)}$.

3 高斯混合粒子滤波算法(Gaussian mixture particle filter algorithm)

3.1 基于差分滤波的高斯混合模型近似(Gaussian mixture model based on difference filtering)

任意概率密度 $p(x)$ 可通过高斯混合模型近似:

$$p(x) \approx p_G(x) = \sum_{g=1}^G \alpha^{(g)} N(x; \mu^{(g)}, P^{(g)}). \quad (9)$$

式中: G 是混合分量数, $\alpha^{(g)}$ 为混合比例, $N(x, \mu, P)$ 是均值 μ 和协方差 P 的分量。

根据式(1)和(2)的定义,假定先验密度 $p(x_{k-1}|y_{1:k-1})$ 和噪声密度 $p(v_{k-1})$, $p(n_k)$ 可由高斯混合模型表示,则预测先验密度和更新的后验密度可由高斯混合模型分别表示为

$$\begin{aligned} p(x_k|y_{1:k-1}) &\approx p_G(x_k|y_{1:k-1}) = \\ &\sum_{g'=1}^{G'} \alpha^{(g')} N(x; \tilde{\mu}_k^{(g')}, \tilde{P}_k^{(g')}), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} p(x_k|y_{1:k}) &\approx p_G(x_k|y_{1:k}) = \\ &\sum_{g''=1}^{G''} \alpha^{(g'')} N(x; \mu_k^{(g'')}, P_k^{(g'')}). \end{aligned} \quad (11)$$

式中: $G' = GI$, $G'' = G'J = GIJ$ (G, I, J 分别表示高斯混合模型中状态、过程噪声和量测噪声混合分量数)。在高斯混合模型表示形式中,混合分量数在预测步骤从 G 增加至 G' ,测量更新步骤则从 G' 增加至 G'' 。预测先验密度和更新的后验密度对应的均值和方差由差分滤波来计算^[10]。

3.2 基于测量更新的重要性采样(Importance sampling)

重要性采样是将密度函数 $p(x)$ 基于一系列加权采样进行近似的蒙特卡罗方法:

$$p(x) \approx \hat{p}(x) = \sum_{l=1}^N w^{(l)} \delta(x - \chi^{(l)}). \quad (12)$$

式中: $\delta(\cdot)$ 为迪拉克三角函数,加权采样点集 $\{w^{(l)}, \chi^{(l)}\}_{l=1}^N$ 取自重要性函数 $q(x)$ 。权值为

$$w^{(l)} = \frac{p(\chi^{(l)})/\pi(\chi^{(l)})}{\sum_{l=1}^N p(\chi^{(l)})/\pi(\chi^{(l)})}. \quad (13)$$

应用状态空间模型的1阶马尔可夫特性和状态观测的条件独立性,得权值更新公式为

$$w_k^{(l)} = w_{k-1}^{(l)} p(y_k|x_k) p(x_k|x_{k-1}) / q(x_k). \quad (14)$$

若使用 $p_G(x_k|y_{1:k})$ 作为重要性函数 $q(x_k)$,那么从式(14)中可以看出,采样将粒子移向高似然区域,

减轻了样本贫化问题, 同时在权值更新公式中采用先验密度 $p_G(x_k|y_{1:k-1})$ 作为 $p(x_k|x_{k-1})$ 的平滑估计, 有效地平滑后验粒子集.

3.3 基于加权EM算法的再采样(Resampling)

基于测量更新的重要性采样步骤输出的是加权后的粒子, 在传统粒子滤波中, 再采样的目的是丢弃权值小的粒子, 同时繁殖权值大的粒子. 但是, 当似然函数相对先验分布很窄或者在先验分布尾部时, 会对同一粒子重复采样, 出现样本枯竭问题.

EM算法通过观测数据对混合模型进行拟合, 针对概率模型进行迭代优化, 是解决最大似然估计问题的重要方法^[9]. 在GMPF中通过高斯混合模型表示状态的后验概率, 采用EM算法来计算该模型参数, 然后从该分布中进行取样得到新的样粒子, 缓解样本枯竭问题, 提高滤波器的估计性能.

3.4 算法描述(Algorithm description)

3.4.1 时间更新步骤和重要性函数的产生(Time update and importance density generation)

假设 $k-1$ 时刻状态后验密度近似为

$$p_G(x_{k-1}|y_{1:k-1}) = \sum_{g=1}^G \alpha_{k-1}^{(g)} N(x_{k-1}; \mu_{k-1}^{(g)}, P_{k-1}^{(g)}). \quad (15)$$

过程和量测噪声的密度分别近似为

$$p_G(v_{k-1}) = \sum_{i=1}^I \beta_{k-1}^{(i)} N(v_{k-1}; \mu_{v_{k-1}}^{(i)}, Q_{k-1}^{(i)}), \quad (16)$$

$$p_G(n_k) = \sum_{j=1}^J \gamma_k^{(j)} N(n_k; \mu_{n_k}^{(j)}, R_k^{(j)}). \quad (17)$$

则由高斯混合模型近似的预测密度函数为

$$p_G(x_k|y_{1:k-1}) = \sum_{g'=1}^{G'} \alpha_k^{(g')} N(x_k; \tilde{\mu}_k^{(g')}, \tilde{P}_k^{(g')}). \quad (18)$$

更新的后验密度函数近似为

$$p_G(x_k|y_{1:k}) = \sum_{g''=1}^{G''} \alpha_k^{(g'')} N(x_k; \mu_k^{(g'')}, P_k^{(g'')}). \quad (19)$$

3.4.2 测量更新步骤(Measurement update)

1) 从 $p_G(x_k|y_{1:k})$ 中采样 N 个样本 $\{\chi_k^{(l)}\}_{l=1}^N$, 计算权值:

$$\tilde{w}_k^{(l)} = \frac{p(y_k|\chi_k^{(l)}) p_G(\chi_k^{(l)}|y_{1:k-1})}{p_G(\chi_k^{(l)}|y_{1:k})}.$$

2) 对权值归一化:

$$w_k^{(l)} = \tilde{w}_k^{(l)} / \sum_{l=1}^N \tilde{w}_k^{(l)}.$$

3) 对于后验粒子集 $\{w_k^{(l)}, \chi_k^{(l)}\}_{l=1}^N$, 采用加权EM算法计算高斯混合模型的参数. 在 k 时刻, 更新的后

验密度数为

$$p_G(x_k|y_{1:k}) = \sum_{g=1}^G \alpha_k^{(g)} N(x_k; \mu_k^{(g)}, P_k^{(g)}).$$

3.4.3 推论(Inference)

状态均值 $\hat{x}_k = E[x_k|y_{1:k}]$ 和协方差 $\hat{P}_k = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T]$ 通过对粒子集求和计算:

$$\hat{x}_k = \sum_{l=1}^N w_k^{(l)} \chi_k^{(l)}, \quad (20)$$

$$\hat{P}_k = \sum_{l=1}^N w_k^{(l)} (\chi_k^{(l)} - \hat{x}_k)(\chi_k^{(l)} - \hat{x}_k)^T. \quad (21)$$

4 仿真分析(Simulation analysis)

在INS/GPS组合导航系统直接法滤波中, 由INS和GPS分别对载体导航参数进行测量, 然后将INS测得的比力和GPS输出的导航参数送入滤波器, 得到导航参数的估计值. 组合导航系统的方程见文献[2].

初始位置(34.2° , 108.9° , 380 m), 初始速度0, 经过匀速、加速、转弯、爬升等机动阶段. 仿真时间1000 s, 其飞行轨迹如图1所示. 陀螺仪常值漂移 $0.1^\circ/\text{h}$, 随机漂移 $0.02^\circ/\text{h}$; 加速度计零偏 $500 \mu\text{g}$, 随机误差 $100 \mu\text{g}$. GPS水平位置误差为 $0.002'$, 高度误差为 5 m, 速度误差 0.1 m/s. 设初始位置误差($0.2'$, $0.2'$, 50 m), 姿态误差角($20'$, $20'$, $30'$), 初始速度误差均为 0.01 m/s.

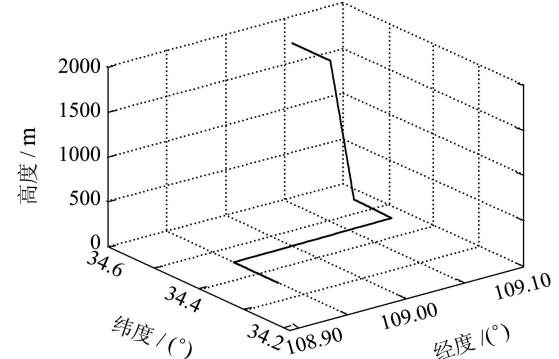


图1 仿真飞行轨迹

Fig. 1 Simulation of flight paths

采用GMPF和PF两种方法仿真, 粒子数为2000. 由于水平导航参数(东向和北向)的估计结果具有相似性, 所以只给出下面6个估计结果. 从图2和图3可以看出, 对于俯仰角和航向角, GMPF具有更高的估计精度; 从图4~图7可以看出, 对于速度和位置, 两种方法估计精度相当. 因为在滤波中, 采用INS和GPS的速度及位置残差作为观测量, 状态中的速度和位置误差直接可观测, 所以不同方法对速度和位置的估计相当. 这是因为在GMPF中: 一方面结

合最新量测值来设计重要性函数,更好地解决了样本贫化问题;另一方面改进再采样,有效保证粒子的多样性和独立性,大大缓解样本枯竭问题带来的不利影响。对重要性采样和再采样的双重改进有效提高了粒子滤波的估计精度,提高了各导航参数的估计精度。

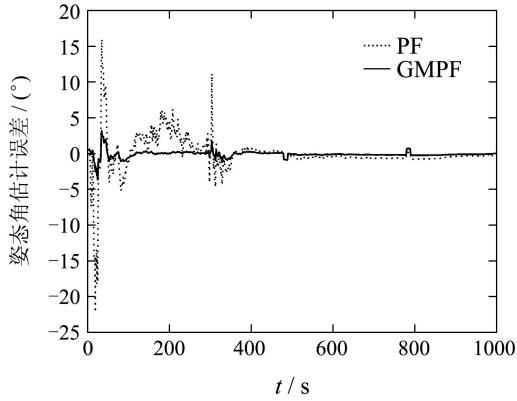


图2 俯仰角估计误差

Fig. 2 Estimation error of pitch angle

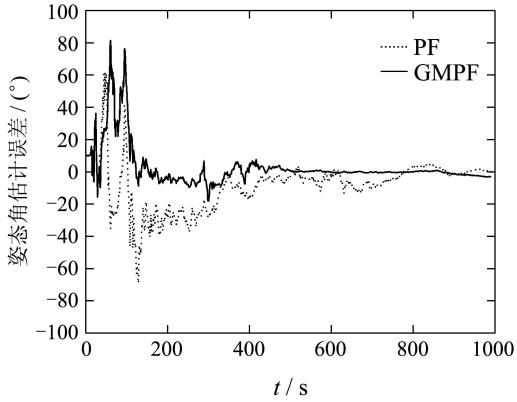


图3 航向角估计误差

Fig. 3 Estimation error of heading angle

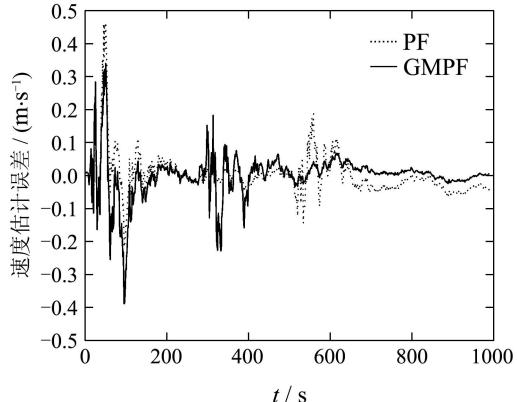


图4 东向速度估计误差

Fig. 4 Estimation error of east velocity

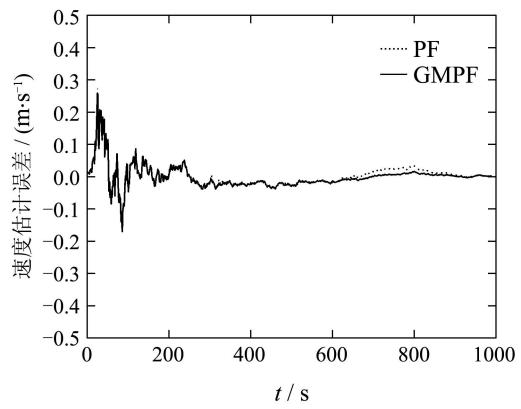


图5 天向速度估计误差

Fig. 5 Estimation error of vertical velocity

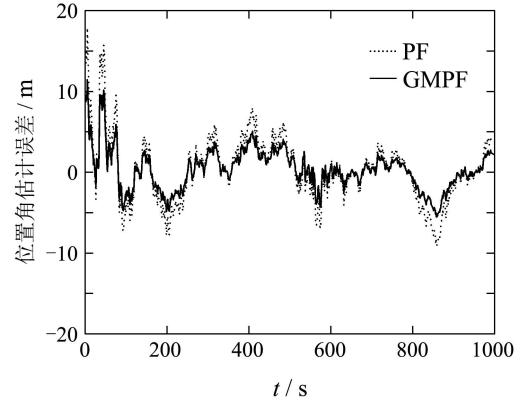


图6 经度估计误差

Fig. 6 Estimation error of longitude

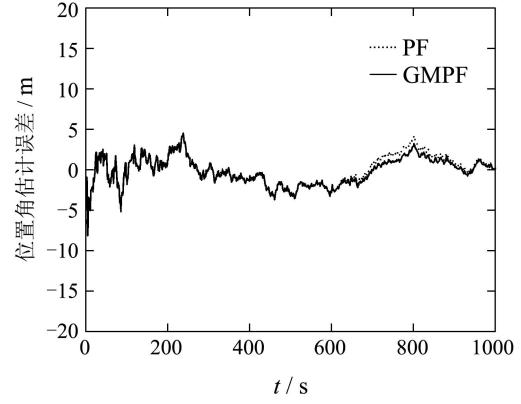


图7 高度估计误差

Fig. 7 Estimation error of height

5 结论(Conclusion)

文中提出一种新的粒子滤波算法,基于最新观测值设计重要性函数,有效缓解了样本贫化问题,同时通过改进传统粒子滤波的再采样实现过程,保证粒子的多样性和独立性,很好的解决了样本枯竭问题。应用到组合导航系统的直接法中,既避免对非线性方程的线性化处理,又获得了较高的估计精度,使直

接法的非线性问题得到了较好的解决,为组合导航系统滤波的实现提供一个新思路。

参考文献(References):

- [1] 秦永元,张洪锐,王叔华.卡尔曼滤波与组合导航[M].西安:西北工业大学出版社,1998.
(QIN Yongyuan, ZHANG Hongyue, WANG Shuhua. *Kalman Filtering and Inertial Navigation*[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1998.)
- [2] 以光衡.惯性导航原理[M].北京:航空工业出版社,1987.
(YI Guangqu. *Principles of Inertial Navigation*[M]. Beijing: Aviation Industry Publishing House, 1987.)
- [3] GORDON N J, SALMOND D J, SMITH A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. *IEEE Proceedings on Radar and Signal Processing*, 1993, 140(2): 107 – 113.
- [4] 杨小军,潘泉,王睿.粒子滤波进展与展望[J].控制理论与应用,2006,23(2): 261 – 267.
(YANG Xiaojun, PAN Quan, WANG Rui. Development and prospect of particle filtering[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 261 – 267.)
- [5] 莫以为,萧德云.进化粒子滤波算法及其应用[J].控制理论与应用,2005,22(2): 269 – 272.
(MO Yiwei, XIAO Deyun. Evolutionary particle filter and its application[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(2): 269 – 272.)
- [6] GSTAFSSON F. Particle filters for positioning, navigation and tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 425 – 437.
- [7] VAN DER MERVE R. *Probabilistic inference using sigma-point Kalman filter*[D]. Portland: Oregon Health & Science University, 2003.
- [8] SCHEI T S. A finite difference method for linearization in nonlinear estimation algorithms[J]. *Automatica*, 2003, 51(10): 2592 – 2601.
- [9] MCLACHLAN J G, KRISHNAN T. *The EM Algorithm and Extensions*[M]. New Jersey, American: John Wiley & Sons, 1997.
- [10] JAYESH H K, PETAR M D. Gaussian sum particle filtering[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(10): 2602 – 2612.

作者简介:

向礼 (1979—),男,博士研究生,主要研究方向为惯性技术、非线性滤波及信号处理,E-mail: xiangli_1979@hit.edu.cn;

刘雨 (1975—),男,副教授,博士,目前研究方向为智能控制、惯性仪表测试、惯性导航技术及辨识理论研究,E-mail: liuyu@hit.edu.cn;

苏宝库 (1941—),男,教授,博士生导师,主要从事计算机控制系统、高精度伺服系统、现代信号处理及非线性控制系统等方面的研究,E-mail: subk@hit.edu.cn.