第 27 卷第 12 期
2010 年 12 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 27 No. 12
Dec. 2010

文章编号: 1000−8152(2010)12−1731−06

连续计时离散事件系统监控及其可观性

王 飞, 罗继亮
(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 本文提出了一种带有连续时间变量的离散事件系统(称为计时离散事件系统)结构模型. 通过讨论计时语言的性质, 如封闭性、可控性以及可观性, 研究了计时离散事件系统的监控综合问题, 并基于这些性质, 分别提出了计时离散事件系统在完全可观与部分可观条件下监控器存在的充要条件.

关键词: 离散事件系统; 监控器; 轨迹可控性; 时间可控性; 可观性
中图分类号: TP271.8   **文献标识码**: A

Supervisory control for continuous-time discrete-event systems and its observability

WANG Fei, LUO Ji-liang
(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen Fujian 361021, China)

Abstract: The constructive model of an extended discrete-event system with continuous-time variable, called timed discrete-event systems (timed-DES), is presented. The synthesis problem of this system is solved by considering properties of timed languages, e.g., closeness, controllability and observability. By using these properties, we develop the necessary and sufficient conditions for the existence of supervisors with full and partial observations.

Key words: discrete event systems; supervisors; trace-controllability; time-controllability; observability

1 引言(Introduction)

监控理论是Ramadge与Wonham提出用来控制离散事件系统的一个数学模型[1,2](RW模型), 它通过监控器来动态地控制可控事件, 使闭环系统的行为达到系统的期望. 其理论在模监控、分散监控以及递阶监控中都得到了很好的发展. 在最初的研究中[1,2], 一般假定事件瞬时发生. 但在对实际系统建模时, 事件的发生时间通常不能被忽略, 于是文献[3]通过在文献[1]中引入“tick”事件表示系统时钟的方法描述了系统的时间特性, 文献[4]则将文献[3]从完全可观扩展到了部分可观. 这种方法可以较好的保持RW模型的逻辑特性, 但同时也会引起系统状态数剧增. 文献[5, 6]基于计时系统的状态空间, 提出密集事件来避免状态膨胀; 文献[7]则考虑了状态的时间信息; 之后, 文献[8]又在文献[7]的模型中对时间的合理范围进行了约束; 而文献[9]则扩展了文献[8]的模型, 并以此为基础研究了不确定计时系统的鲁棒监控问题; 文献[10]扩展了文献[11], 解决了部分可观的计时离散事件系统的鲁棒监控问题.

本文通过将事件与其时间信息结合考虑, 提出了一种新型的计时系统模型, 使其一方面可以避免了由于“tick”事件所引起的状态膨胀, 另一方面可以很好的表征发生时间的连续性, 并基于此模型讨论了其监控综合问题.

在实际的制造系统或物流系统中, 任何操作都会耗费时间, 例如机器修复或物料处理等, 由于人为因素的影响, 其耗费的时间可视为某一时间段的连续变量. 在这种情形下, 就需要考虑用控制策略来约束部分事件的发生时间. 本文研究了带有这种连续时间变量的离散事件系统的监控综合问题. 通过定义基于计时语言的封闭性、可控性与可观性概念, 提出了在完全可观与部分可观条件下计时监控器的存在判别条件, 并给出了逻辑控制器与时间控制器的构造方法.

2 预备知识(Preliminaries)

DES监控理论是以自动机与形式语言为基础, 通过引入连续控制系统中的可控、可观察等性质, 用来控制一些由事件驱动的人造系统的一门控制理

收稿日期: 2010−05−05; 收修改稿日期: 2010−07−07.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60904018); 泉州科技计划资助项目(2010G2); 华侨大学科研基金资助项目(09BS509).

论. 通常此系统以自动机$G = (Q, \Sigma, \delta, q_0)$的生成语言$L(G) = \{s \in \Sigma^* \mid \delta(q_0, s)!\}$来表示, 其可理解为系统可能产生的所有行为. 为了引入控制机制, Σ被分为两个互不相交的子集Σ_u与Σ_c, 并称$\Gamma = \{\gamma \in 2^{\Sigma} | \Sigma_u \subseteq \gamma\}$为控制模式(control pattern)集, 其中2^{Σ}是Σ的幂集. 称映射$f: L(G) \to \Gamma$为DES G上的监控器, 将f施加于DES上, 根据所观察的事件串, 形成Γ中的一个序列, 使系统按照预定的方式运行, 即可完成控制任务. 当监控器耦合到系统G上时, 产生的闭环系统行为$L(f/G)$[1,2]可按如下递推方式获得:

1) $\varepsilon \in L(f/G)$, 其中ε为空串.

2) $(\forall s \in L(f/G))(\sigma \in \Sigma) s\sigma \in L(f/G) \Leftrightarrow s\sigma \in L(G) \wedge \sigma \in f(s)$.

语言K的前缀闭包为$\bar{K}$, 如果$\bar{K} = K$, 则称K是闭的. 如果语言K满足$\bar{K}\Sigma_u \cap L(G) \subseteq \bar{K}$, 则称$K$是可控的.

如DES是基于事件部分可观的, 可观函数记为$P: \Sigma \to \Sigma_o \cup \{\epsilon\}$, 其中$\Sigma_o$为可观事件集. 部分可观监控器可定义为$f: P(L(G)) \to \Gamma$. 如由$s, s' \in K, \sigma \in \Sigma_c, s\sigma \in K, s'\sigma \in L(G), P(s) = P(s')$, 可得$s'\sigma \in K$, 则称$K$是$(\Sigma_c, P)$–可观的, 简称$K$是可观的.

3 连续计时离散事件系统监控(Supervisory control of continuous timed-DES)

对于任意的语言$\sigma \in \Sigma$, 假设其发生耗费的时间为t_σ, 记(σ, t_σ)为该逻辑事件σ所对应的计时事件. 如果事件σ的发生时间在某一区间段$[tl_\sigma, tu_\sigma)$内, 则记其计时事件集为$(\sigma, [tl_\sigma, tu_\sigma)) = \{(\sigma, t_\sigma) | tl_\sigma \leqslant t_\sigma < tu_\sigma\}$, 其中$tl_\sigma$与$tu_\sigma$分别为时间变量$t_\sigma$的上下界.

称自动机$G_{\rm t} = (Q, \Sigma_{\rm t}, \delta_{\rm t}, q_0)$为计时离散事件系统模型, 其中$\Sigma_t$为计时事件集, $\delta_t: Q \times \Sigma_t \to Q$为状态转移函数. 为了在计时离散事件系统中引入控制机制, 记$\Sigma_{\rm ct}$为可控事件集, 而$\Sigma_{\rm ut}$为不可控事件集, 并且满足$\Sigma_t = \Sigma_{\rm ct} \cup \Sigma_{\rm ut}$与$\Sigma_{\rm ct} \cap \Sigma_{\rm ut} = \varnothing$. 为了表述计时事件与逻辑事件的关系, 本文做如下假设:

1) 任给计时可控事件(σ, t_σ), 则逻辑事件σ是可控的;

2) 任给计时不可控事件(σ, t_σ), 则逻辑事件σ是不可控的.

由上述假设, 可得$(\sigma, t_\sigma) \in \Sigma_{\rm ct} \Leftrightarrow \sigma \in \Sigma_{\rm c}$与$(\sigma, t_\sigma) \in \Sigma_{\rm ut} \Leftrightarrow \sigma \in \Sigma_u$成立.

对于计时离散事件系统$G_{\rm t}$, 记$\mathrm{TL}(G_{\rm t}) = \{s | \delta_t(q_0, s)!, s \in \Sigma_t^*\}$为系统生成的计时语言, 而$L(G_{\rm t}) = \mathrm{tr}(\mathrm{TL}(G_{\rm t}))$为计时语言$\mathrm{TL}(G_{\rm t})$的轨迹, 其中$s$为计时事件串, $\mathrm{tr}(\cdot)$为计时语言的轨迹函数.

定义 1 给定计时语言K, 如果满足$\bar{K} = K$, 则称K是闭的.

对于任意的计时语言K, 记$T_{\rm K}(\sigma/s) = \{t_\sigma | s(\sigma, t_\sigma) \in \bar{K}\}$为在$K$的约束条件下计时事件串$s$后的$\sigma$的发生时间集. 则基于此标记, 可得如下定义.

定义 2 给定计时语言K, 如果满足如下条件, 则称K是$G_{\rm t}$–可控的.

1) 轨迹可控: $\overline{\mathrm{tr}(K)}\Sigma_{\rm u} \cap L(G_{\rm t}) \subseteq \overline{\mathrm{tr}(K)}$.

2) 时间可控: 任取$s \in \bar{K}$及$\sigma \in \Sigma_{\rm u}$, 有$T_{\mathrm{TL}(G_{\rm T})}(\sigma/s) \subseteq T_{\rm K}(\sigma/s)$成立.

称映射$f: L(G_{\rm t}) \to \Gamma$为逻辑控制器, 其为逻辑使能事件集, 并且满足$\Sigma_{\rm u} \subseteq f(s)$. 称映射$I: L(G_{\rm t}) \times \Sigma \to \Omega$为时间控制器, 其为逻辑事件的使能时间区间, 并且满足$t_\sigma \in I(s, \sigma)$, 其中$\Omega = \{[R_1, R_2) | R_1 < R_2, R_1 \in \mathbb{R}^+, R_2 \in \mathbb{R}^+\}$为允许发生的时间区间段集合. 而计时离散事件系统的监控器是由逻辑控制器与时间控制器所构成的一对序偶, 记为$sc = (f, I)$, 而在此监控器作用下的闭环系统为$sc/G_{\rm t}$, 其生成的闭系统行为如下.

定义 3 闭环系统$sc/G_{\rm t}$生成的计时语言$\mathrm{TL}(sc/G_{\rm t})$可按如下定义递推获得.

1) $\varepsilon \in \mathrm{TL}(sc/G_{\rm t})$, 其中$\varepsilon$为空的计时事件串.

2) $s(\sigma, t_\sigma) \in \mathrm{TL}(sc/G_{\rm t}) \Leftrightarrow s(\sigma, t_\sigma) \in \mathrm{TL}(G_{\rm t})$, $s \in \mathrm{TL}(sc/G_{\rm t}), (\sigma, t_\sigma) \in sc(s)$.

定理 1 给定闭的计时语言K, 则存在监控器$sc = (f, I)$使得$\mathrm{TL}(sc/G_{\rm t}) = K$成立的充分必要条件为$K$是$G_{\rm t}$–可控的.

证 必要性. 任取$s_{\rm L} \in \mathrm{tr}(K)$与$\sigma \in \Sigma_{\rm u}$满足$s_{\rm L}\sigma \in L(G_{\rm t})$, 则存在$s \in K$使得$s_{\rm L} \in \mathrm{tr}(s)$成立. 对于任意的$\sigma$, 记其时间变量为$t_\sigma \in T_{\mathrm{TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s)$, 则有$s(\sigma, t_\sigma) \in \mathrm{TL}(G_{\rm t})$. 因为$\sigma \in \Sigma_{\rm u}$, 故有$\sigma \in f(s_{\rm L})$与$t_\sigma \in I(s, \sigma)$成立, 即$(\sigma, t_\sigma) \in sc(s)$. 再由$s \in K = \mathrm{TL}(sc/G)$与$s(\sigma, t_\sigma) \in \mathrm{TL}(G)$可知$s(\sigma, t_\sigma) \in K = \bar{K}$, 即可得$s_{\rm L}\sigma \in \overline{\mathrm{tr}(K)}$. 而又由轨迹可控的定义可知, K必是轨迹可控的. 再任取$s \in \bar{K}$与$\sigma \in \Sigma_{\rm u}$, 下证$T_{\mathrm{TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s) \subseteq T_{\rm K}(\sigma/s)$. 如果$T_{\mathrm{TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s) = \varnothing$, 则易知$T_{\mathrm{TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s) \subseteq T_{\rm K}(\sigma/s)$成立. 如果$T_{\mathrm{TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s) \neq \varnothing$, 则对于任意的$t_\sigma \in T_{\mathrm{TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s)$必有$s(\sigma, t_\sigma) \in \mathrm{TL}(G_{\rm t})$成立. 由于$\sigma \in \Sigma_{\rm u}$, 故有$\sigma \in f(s)$与$t_\sigma \in I(s, \sigma)$. 再由闭环语言的定义可知$s(\sigma, t_\sigma) \in \mathrm{TL}(sc/G_{\rm t}) = K$成立, 故$t_\sigma \in T_{\rm K}(\sigma/s)$与$T_{\mathrm{TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s) \subseteq T_{\rm K}(\sigma/s)$成立. 根据时间可控性定义知, K是时间可控的.

充分性. 设计时语言K是$G_{\rm t}$–可控的, 下证存在

监控器sc使得$\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})=K$成立.

任取$s\in\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$, 构造如下监控器$sc=(f,I)$:

$$\begin{cases} f(s)=\Sigma_{\mathrm{u}}\cup\{\sigma\in\Sigma_{\mathrm{c}}|\mathrm{tr}(s)\sigma\in\overline{\mathrm{tr}(K)}\},\\ I(s,\sigma)=\{t_\sigma|\sigma\in\Sigma_{\mathrm{u}}\}\cup\{t_\sigma|\sigma\in\Sigma_{\mathrm{c}},\\ \qquad t_\sigma\in T_{\mathrm{K}}(\sigma/s)\}.\end{cases}$$

易知$\varepsilon\in\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})\cap K$成立. 设$s\in\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})\cap K$, 下证对于任意的$(\sigma,t_\sigma)\in\Sigma_{\mathrm{t}}$均有$s(\sigma,t_\sigma)\in\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})\Leftrightarrow s(\sigma,t_\sigma)\in K$.

令$s(\sigma,t_\sigma)\in\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$. 显然, 有$(\sigma,t_\sigma)\in sc(s)$与$s(\sigma,t_\sigma)\in\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$成立, 即可得$t_\sigma\in T_{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})}(\sigma/s)$, $\sigma\in f(s)$与$t_\sigma\in I(s,\sigma)$. 如果$\sigma\in\Sigma_{\mathrm{u}}$, 则由$K$的可控性知, $\mathrm{tr}(s)\sigma\in L(G_{\mathrm{t}})$与$t_\sigma\in T_{\mathrm{K}}(\sigma/s)$均成立, 即有$(\sigma,t_\sigma)\in\bar{K}=K$. 如果$\sigma\in\Sigma_{\mathrm{c}}$, 则有$\sigma\in f(s)$与$t_\sigma\in I(s,\sigma)$ 成立, 即可得 $\mathrm{tr}(s)\sigma\in\overline{\mathrm{tr}(K)}$ 和 $t_\sigma\in T_{\mathrm{K}}(\sigma/s)$. 故有 $(\sigma,t_\sigma)\in\bar{K}=K$. 由此可知, $\mathrm{TL}(sc/G)\subseteq K$成立.

令 $s(\sigma,t_\sigma)\in K\subseteq\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$. 显然, 可得 $t_\sigma\in T_{\mathrm{K}}(\sigma/s)$. 如果 $\sigma\in\Sigma_{\mathrm{u}}$, 则有 $(\sigma,t_\sigma)\in sc(s)$. 再由$s\in\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$与$s(\sigma,t_\sigma)\in\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$可知$s(\sigma,t_\sigma)\in\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$成立. 故有$K\subseteq\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$. 如果$\sigma\in\Sigma_{\mathrm{c}}$, 则基于$s(\sigma,t_\sigma)\in K$知$\mathrm{tr}(s)\sigma\in\mathrm{tr}(K)$与$\sigma\in f(s)$成立. 又由$t_\sigma\in T_{\mathrm{K}}(\sigma/s)$, 易得$t_\sigma\in I(s,\sigma)$. 基于闭环行为的定义$\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$, 则有$s(\sigma,t_\sigma)\in\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$成立, 故有$K\subseteq\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$. 证毕.

注 1 如果时间变量是离散的, 则定义1、定义2 及定理1仍成立.

注 2 如果时间变量是0, 即事件瞬时发生, 则定义1、定义2 及定理1等价于文献[1,2]中的结论.

对于计时语言 K, 记如下集合 $CTr(K)=\{K'|K'\subseteq K, K'$是轨迹可控的$\}$, $CTm(K)=\{K'|K'\subseteq K, K'$是时间可控的$\}$, $CT(K)=\{K'|K'\subseteq K, K'$是可控的$\}=\{K'|K'\subseteq K, K'$即是轨迹可控的, 又是时间可控的$\}$.

由文献[2]知, $CTr(K)$关于运算 "$\cup$" 是闭的. 而对于$CTm(K)$的封闭性, 可得如下结论.

定理 2 $CTm(K)$关于运算 "$\cup$" 是封闭的.

证 任取$K_1,K_2\in CTm(K)$, 则有$K_1,K_2\subseteq K$, 即 $K_1\cup K_2\subseteq K$. 再由 K_1 与 K_2 的时间可控性知, 对于任意的 $s\in K_1\cup K_2$ 与 $\sigma\in\Sigma_{\mathrm{u}}$均有$T_{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})}(\sigma/s)\subseteq T_{K_1}(\sigma/s)$或$T_{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})}(\sigma/s)\subseteq T_{K_2}(\sigma/s)$成立.

设$T_{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})}(\sigma/s)\subseteq T_{K_1}(\sigma/s)$, 则有$T_{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})}(\sigma/s)\subseteq T_{K_1\cup K_2}(\sigma/s)$.

任取$t_\sigma\in T_{K_1}(\sigma/s)$, 则可得$s(\sigma,t_\sigma)\in K_1\subseteq\overline{K_1\cup K_2}$, 即有$t_\sigma\in T_{K_1\cup K_2}(\sigma/s)$. 故

$$T_{K_1}(\sigma/s)\subseteq T_{K_1\cup K_2}(\sigma/s).$$

综上可知, $T_{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})}(\sigma/s)\subseteq T_{K_1\cup K_2}(\sigma/s)$成立.

如果 $T_{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})}(\sigma/s)\subseteq T_{K_2}(\sigma/s)$, 同理可证 $T_{K_2}(\sigma/s)\subseteq T_{K_1\cup K_2}(\sigma/s)$成立, 即有$T_{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})}(\sigma/s)\subseteq T_{K_1\cup K_2}(\sigma/s)$.

由上述证明可知, $K_1\cup K_2$是时间可控的. 故, $CTm(K)$关于 "$\cup$" 是闭的. 证毕.

由上述定理及$CTr(K)$关于 "$\cup$" 的封闭性, 易得如下结论.

定理 3 给定计时语言K, 则$CT(K)$关于运算 "$\cup$" 是闭的.

注 3 $CT(K)$的极大元存在, 记为$\sup CT(K)$.

3.1 例 1 (Example 1)

给定计时离散事件系统G_{t}如图1所示, 其中$\Sigma=\{a,b,c,d,e\}$, $\inf=\infty$. 对于任意的$\sigma\in\Sigma$, 假设$t_\sigma\in[0,+\infty)$. 令计时语言

$$K=\overline{(a,[3,4))(b,[2,5))(c,[1,2))}+\overline{(a,[5,7))(d,[3,5))(e,[2,3))},$$

易验证, K是闭的.

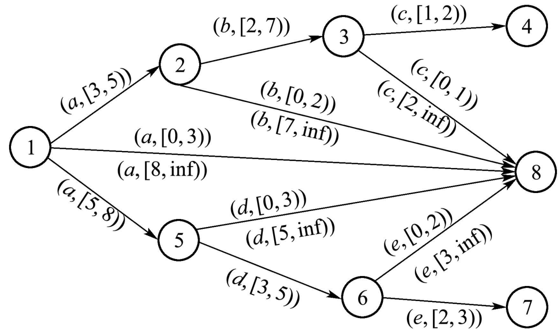

图 1 计时离散事件系统G_{t}

Fig. 1 Timed discrete event system G_{t}

设$\Sigma_{\mathrm{c}}=\{a,b,c,d,e\}$. 由可控性定义, 易验证$K$是$G_{\mathrm{t}}$–可控的. 再由定理1知, 必存在监控器$sc$使得$\mathrm{TL}(sc/G)=K$成立, 且监控器$sc=(f,I)$可构造如下.

如果$s=\varepsilon$, 则

$$f(s)=\{a\}, I(s,a)=[3,4)\cup[5,7).$$

如果$s=(a,[3,4))$, 则

$$f(s)=\{b,d\}, I(s,b)=[2,5), I(s,d)=\varnothing.$$

如果$s=(a,[4,5))$, 则

$$f(s)=\{b,d\}, I(s,b)=\varnothing, I(s,d)=\varnothing.$$

如果$s=(a,[3,4))(b,[2,5))$, 则

$$f(s)=\{c\}, I(s,c)=[1,2).$$

如果$s=(a,[3,4))(b,[0,2)), s=(a,[3,4))(b,[5,\infty))$或$s=(a,[4,5))(b,[0,\infty))$, 则

$$f(s)=\{c\}, I(s,c)=\varnothing.$$

如果$s=(a,[3,5))(b,[2,7))(c,[0,\infty))$, 则

$$f(s)=\varnothing.$$

如果$s=(a,[0,3))$或$s=(a,[8,\infty))$, 则

$$f(s)=\{b,d\}, I(s,b)=I(s,d)=\varnothing.$$

如果$s=(a,[5,7))$, 则

$$f(s)=\{b,d\}, I(s,b)=\varnothing, I(s,d)=[3,5).$$

如果$s=(a,[7,8))$, 则

$$f(s)=\{b,d\}, I(s,b)=I(s,d)=\varnothing.$$

如果$s=(a,[5,7))(d,[3,5))$, 则

$$f(s)=\{e\}, I(s,e)=[2,3).$$

如果$s=(a,[5,7))(d,[0,3)), s=(a,[5,7))(d,[5,\infty))$或$s=(a,[7,8))(d,[0,\infty))$, 则

$$f(s)=\{e\}, I(s,e)=\varnothing.$$

如果$s=(a,[5,8))(d,[3,5))(e,[0,\infty))$, 则

$$f(s)=\varnothing.$$

4 部分可观的连续计时离散事件系统监控(Supervisory control of continuous timed-DES with partial observation)

通过文献[12]的可观定义$P:\Sigma\rightarrow\Sigma_{\rm o}$, 定义计时可观函数$P_{\rm t}:\Sigma_{\rm t}\rightarrow\Sigma_{\rm ot}$, 其中$\Sigma_{\rm t}$为计时事件集, 而$\Sigma_{\rm ot}$为可观事件集. 对于可观函数$P_{\rm t}$, 假设其满足:

$$P_{\rm t}(\varepsilon)=\varepsilon,$$

$$P_{\rm t}((\sigma,t_\sigma))=\begin{cases}(\sigma,t_\sigma), (\sigma,t_\sigma)\in\Sigma_{\rm ot};\\ \varepsilon, \qquad 其他.\end{cases}$$

$$P_{\rm t}(s(\sigma,t_\sigma))=P_{\rm t}(s)P_{\rm t}((\sigma,t_\sigma)).$$

称序偶$sc=(f,I)$为部分可观的监控器, 序偶中的逻辑控制器$f:P_{\rm t}(L(G_{\rm t}))\rightarrow\Gamma$满足$\Sigma_{\rm u}\subseteq f(P_{\rm t}(s))$, 时间控制器$I:P_{\rm t}({\rm TL}(G_{\rm t}))\times\Sigma\rightarrow\Omega$满足$t_\sigma\in I(P_{\rm t}(s),\sigma)$, 其中$s\in{\rm TL}(G),\sigma\in\Sigma_{\rm u}$.

定义 4 给定计时语言K, 对于任意的$s,s'\in\bar K$及$(\sigma,t_\sigma)\in\Sigma_{\rm ct}$, 如果由$s(\sigma,t_\sigma)\in\bar K, s'(\sigma,t_\sigma)\in{\rm TL}(G_{\rm t})$与$P_{\rm t}(s)=P_{\rm t}(s')$可得$s'(\sigma,t_\sigma)\in\bar K$, 则称$K$是可观的.

由计时语言的可控性与可观性, 可得如下定理.

定理 4 给定闭的计时语言K, 则存在部分可观监控器$sc=(f,I)$使得${\rm TL}(sc/G_{\rm t})=K$成立的充分必要条件为K是$G_{\rm t}$–可控、可观的.

证 必要性. 假设存在部分可观监控器$sc=(f,I)$使得${\rm TL}(sc/G_{\rm t})=K$成立, 下证K是$G_{\rm t}$–可控, 并且可观的.

轨迹可控性. 对于任意的$s_1\in{\rm tr}(K)\subseteq L(G_{\rm t})$与$\sigma\in\Sigma_{\rm u}$使得$s_1\sigma\in L(G_{\rm t})$成立, 下证$s_1\sigma\in{\rm tr}(K)$. 由$s_1\in{\rm tr}(K)$知, 存在$s\in K={\rm TL}(sc/G_{\rm t})$使得$s_1={\rm tr}(s)$成立. 又因为$\sigma\in\Sigma_{\rm u}$, 故有$\sigma\in f(P_{\rm t}(s))$. 而$s_1\sigma\in L(G_{\rm t})$, 则知存在$t_\sigma$使得$s(\sigma,t_\sigma)\in{\rm TL}(G_{\rm t})$成立. 又由$\sigma\in\Sigma_{\rm u}$可得$t_\sigma\in I(P_{\rm t}(s),\sigma)$. 故$(\sigma,t_\sigma)\in sc(P_{\rm t}(s))$成立. 由 ${\rm TL}(sc/G_{\rm t})$ 的定义可知, 必有 $s(\sigma,t_\sigma)\in{\rm TL}(sc/G_{\rm t})=K$及$s_1\sigma\in{\rm tr}(K)$.

时间可控性. 任取 $s\in\bar K$ 与 $\sigma\in\Sigma_{\rm u}$, 下证$T_{{\rm TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s)\subseteq T_{\rm K}(\sigma/s)$. 如果$T_{{\rm TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s)=\varnothing$, 易知$T_{{\rm TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s)\subseteq T_{\rm K}(\sigma/s)$. 如果$T_{{\rm TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s)\neq\varnothing$, 则对于任意的$t_\sigma\in T_{{\rm TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s)$可得$s(\sigma,t_\sigma)\in{\rm TL}(G_{\rm t})$. 因为 $\sigma\in\Sigma_{\rm u}$, 故有 $\sigma\in f(P_{\rm t}(s))$ 及 $t_\sigma\in I(P_{\rm t}(s),\sigma)$成立. 故有$s(\sigma,t_\sigma)\in{\rm TL}(sc/G_{\rm t})=K$及$t_\sigma\in T_{\rm K}(\sigma/s)$. 即有$T_{{\rm TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s)\subseteq T_{\rm K}(\sigma/s)$成立.

可观性. 对于任意的$s,s'\in K$与$(\sigma,t_\sigma)\in\Sigma_{\rm ct}$, 设$s(\sigma,t_\sigma)\in\bar K=K, s'(\sigma,t_\sigma)\in{\rm TL}(G_{\rm t})$及$P_{\rm t}(s)=P_{\rm t}(s')$成立. 由 $s(\sigma,t_\sigma)\in K={\rm TL}(sc/G_{\rm t})$ 及 $s\in K$可得$(\sigma,t_\sigma)\in sc(P_{\rm t}(s))$. 再由假设$P_{\rm t}(s)=P_{\rm t}(s')$知$(\sigma,t_\sigma)\in sc(P_{\rm t}(s'))$成立. 而又由$s'(\sigma,t_\sigma)\in{\rm TL}(G_{\rm t})$及$s'\in K={\rm TL}(sc/G_{\rm t})$可得$s(\sigma,t_\sigma)\in{\rm TL}(sc/G_{\rm t})=K$. 故由可观性定义知, K是可观的.

充分性. 设K是$G_{\rm t}$–可控并且可观的, 下证存在部分可观监控器sc使得${\rm TL}(sc/G_{\rm t})=K$成立.

任取$s\in{\rm TL}(G_{\rm t})$, 构造部分可观监控器sc如下:

$$\begin{cases}f(P_{\rm t}(s))=\\ \Sigma_{\rm u}\cup\{\sigma\in\Sigma_{\rm c}|\exists s'\in K, P_{\rm t}(s)=\\ P_{\rm t}(s'), {\rm tr}(s')\sigma\in\overline{{\rm tr}(K)}\},\\ I(P_{\rm t}(s),\sigma)=\\ \{t_\sigma|\sigma\in\Sigma_{\rm u}\}\cup\{t_\sigma|\sigma\in\Sigma_{\rm c},\exists s'\in\\ K, P_{\rm t}(s)=P_{\rm t}(s'), t_\sigma\in T_{\rm K}(\sigma/s')\}.\end{cases}$$

根据逻辑串${\rm tr}(s)$的长度, 利用数学归纳法证明${\rm TL}(sc/G_{\rm t})=K$.

显然, 可得 $\varepsilon\in{\rm TL}(sc/G_{\rm t})\cap K$ 成立. 设 $s\in{\rm TL}(sc/G_{\rm t})\cap K$, 对于任意的计时事件$(\sigma,t_\sigma)$, 下证$s(\sigma,t_\sigma)\in{\rm TL}(sc/G_{\rm t})\Leftrightarrow s(\sigma,t_\sigma)\in K$.

设$s(\sigma,t_\sigma)\in{\rm TL}(sc/G_{\rm t})\subseteq{\rm TL}(G_{\rm t})$, 则有$t_\sigma\in T_{{\rm TL}(G_{\rm t})}(\sigma/s)$. 如果$\sigma\in\Sigma_{\rm u}$, 则由$s\in K=\bar K$及时

间可控性知$T_{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})}(\sigma/s) \subseteq T_{\mathrm{K}}(\sigma/s)$成立. 故有$t_\sigma \in T_{\mathrm{K}}(\sigma/s)$. 再由$T_{\mathrm{K}}(\sigma/s)$的定义知, $s(\sigma,t_\sigma) \in \bar{K} = K$成立. 如果$\sigma \in \Sigma_{\mathrm{c}}$, 则由$s \in \mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$可得$(\sigma,t_\sigma) \in sc(P_{\mathrm{t}}(s))$. 基于监控器的构造方法知$\sigma \in f(P_{\mathrm{t}}(s))$及$t_\sigma \in I(P_{\mathrm{t}}(s),\sigma)$成立. 因为$t_\sigma \in I(P_{\mathrm{t}}(s),\sigma)$, 故知存在$s' \in K$使得$P_{\mathrm{t}}(s) = P_{\mathrm{t}}(s')$与$t_\sigma \in T_{\mathrm{K}}(\sigma/s')$成立. 故有$s'(\sigma,t_\sigma) \in \bar{K} = K$. 再由$s \in K$及$s(\sigma,t_\sigma) \in \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$可知, $s(\sigma,t_\sigma) \in K$成立.

设$s(\sigma,t_\sigma) \in K$, 下证$s(\sigma,t_\sigma) \in \mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$. 如果$\sigma \in \Sigma_{\mathrm{u}}$, 则有$\sigma \in f(P_{\mathrm{t}}(s))$. 由$s(\sigma,t_\sigma) \in K \subseteq \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$易得$t_\sigma \in I(P_{\mathrm{t}}(s),\sigma)$. 故$(\sigma,t_\sigma) \in sc(P_{\mathrm{t}}(s))$成立. 再由$s \in \mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$可得$s(\sigma,t_\sigma) \in \mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$. 如果$\sigma \in \Sigma_{\mathrm{c}}$, 则由$s \in K \subseteq \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}}), s(\sigma,t_\sigma) \in K$及可观性定义知存在$s' \in K$使得$s'(\sigma,t_\sigma) \in K$与$P_{\mathrm{t}}(s) = P_{\mathrm{t}}(s')$成立. 而由$s'(\sigma,t_\sigma) \in K$可推出$\mathrm{tr}(s')\sigma \in \mathrm{tr}(K) = \overline{\mathrm{tr}(K)}$, 故知 $\sigma \in f(P_{\mathrm{t}}(s))$ 成立. 再由$s'(\sigma,t_\sigma) \in K$可知$t_\sigma \in T_{\mathrm{K}}(\sigma/s')$. 利用时间控制器 I 的构造方法易知 $t_\sigma \in I(P_{\mathrm{t}}(s),\sigma)$. 故有 $(\sigma,t_\sigma) \in sc(P_{\mathrm{t}}(s))$. 由 $\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$ 的定义可得 $s(\sigma,t_\sigma) \in \mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}})$.

综上可知, $\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}}) = K$成立.　　证毕.

注 4　如果事件的发生时间是离散的, 则定义4 与定理4仍成立.

注 5　如果事件的发生时间为0, 则定义4与定理4等价于文献[12]中的结论.

定理 5　可观的计时语言关于运算"∩"是封闭的.

证　设K_1, K_2为可观的计时语言, 下证$K_1 \cap K_2$ 可观. 任取 $s, s' \in \overline{K_1 \cap K_2}$ 与 $(\sigma,t_\sigma) \in \Sigma_{\mathrm{ct}}$ 使得$P_{\mathrm{t}}(s) = P_{\mathrm{t}}(s'), s(\sigma,t_\sigma) \in \overline{K_1 \cap K_2}$与$s'(\sigma,t_\sigma) \in \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$成立, 需证$s'(\sigma,t_\sigma) \in \overline{K_1 \cap K_2}$. 由$\overline{K_1 \cap K_2} = \overline{K_1} \cap \overline{K_2}$可知, $s, s' \in \overline{K_1}, s, s' \in \overline{K_2}, s(\sigma,t_\sigma) \in \overline{K_1}$与$s(\sigma,t_\sigma) \in \overline{K_2}$成立. 而由$K_1$与$K_2$的可控性得, $s'(\sigma,t_\sigma) \in \overline{K_1}$及$s'(\sigma,t_\sigma) \in \overline{K_2}$成立. 故有$s'(\sigma,t_\sigma) \in \overline{K_1 \cap K_2}$.　　证毕.

注 6　一般地, 可观计时语言关于运算"∪"不是封闭的, 例证如下.

例如, 计时离散事件系统如图2所示, 其中:

$$Q = \{A, B\}, \Sigma_{\mathrm{c}} = \{a_1, a_2\}, \Sigma_{\mathrm{u}} = \{a_3\},$$

$$\Sigma_{\mathrm{t}} = \{(a_1,[1,3)), (a_2,[2,5)), (a_3,[3,7))\},$$

$$\Sigma_{\mathrm{ot}} = \{(a_1,[1,3)), (a_2,[2,5))\}.$$

设

$$K_1 = \overline{(a_1,[2,3))(a_2,[2,5))} + \overline{(a_3,[3,7))(a_3,[2,3))(a_2,[2,5))} + \overline{(a_3,[3,7))(a_1,[2,3))},$$

及

$$K_2 = \overline{(a_1,[2,3))(a_2,[2,5))(a_1,[2,3))} + \overline{(a_3,[3,7))(a_1,[2,3))} + \overline{(a_1,[2,3))},$$

则易验证K_1与K_2均是可观的, 但$K_1 \cup K_2$不可观.

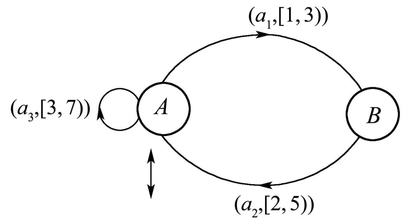

图 2　计时离散事件系统G_{t}

Fig. 2　Timed discrete event system G_{t}

设$\mathrm{CCO}(K)$是K的G_{t}–可控、可观的计时子语言. 由注6知, 其最大元一般不存在. 类似于文献[12, 13], 引入P_{t}的逆映射$P_{\mathrm{t}}^{-1}: \Sigma_{\mathrm{ot}} \rightarrow 2^{\Sigma_{\mathrm{t}}}$, 定义如下正规语言.

定义 5　给定计时语言K, 如果满足$K = P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K) \cap \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$, 则称$K$是正规的.

由定理4与定义5可得如下定理描述可观计时语言与正规计时语言的关系.

定理 6　如果K是正规的, 则K是可观的.

证　任取$s, s' \in K$及$(\sigma,t_\sigma) \in \Sigma_{\mathrm{t}}$, 设$s(\sigma,t_\sigma) \in \bar{K}, s'(\sigma,t_\sigma) \in \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$与$P_{\mathrm{t}}(s) = P_{\mathrm{t}}(s')$成立. 由$K = P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K) \cap \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$可知, $K \subseteq \overline{P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K)}$成立. 故, $s, s' \in P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K)$与$s(\sigma,t_\sigma) \in \overline{P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K)} = P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(\bar{K})$成立. 又由$s(\sigma,t_\sigma) \in P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(\bar{K})$知

$$P_{\mathrm{t}}(s(\sigma,t_\sigma)) = P_{\mathrm{t}}(s)P_{\mathrm{t}}((\sigma,t_\sigma)) \in P_{\mathrm{t}}(\bar{K})$$

成立. 而又由假设$P_{\mathrm{t}}(s) = P_{\mathrm{t}}(s')$知

$$P_{\mathrm{t}}(s'(\sigma,t_\sigma)) = P_{\mathrm{t}}(s')P_{\mathrm{t}}((\sigma,t_\sigma)) = P_{\mathrm{t}}(s)P_{\mathrm{t}}((\sigma,t_\sigma)) \in P_{\mathrm{t}}(\bar{K}).$$

故有$s'(\sigma,t_\sigma) \in P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(\bar{K})$. 而$s'(\sigma,t_\sigma) \in \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}}) = \overline{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})}$, 故有

$$s'(\sigma,t_\sigma) \in P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(\bar{K}) \cap \overline{\mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})} = \overline{P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K) \cap \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})} = \bar{K}.$$

再由可观性定义知, K是可观的.　　证毕.

由定理4及定理6易得如下结论.

定理 7　给定闭的计时语言K, 如果K是G_{t}–可控、正规的, 则存在部分可观监控器$sc = (f, I)$使得$\mathrm{TL}(sc/G_{\mathrm{t}}) = K$成立.

对于正规语言的封闭性, 有如下性质.

定理 8 正规计时语言关于运算"∪"及"∩"是封闭的.

证 设K_1, K_2为正规的计时语言, 下证$K_1 \cup K_2$与$K_1 \cap K_2$均是正规的. 任取$s \in P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K_1 \cup K_2) \cap \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$, 则有$s \in P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K_1 \cup K_2)$及$s \in \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$成立. 由$P_{\mathrm{t}}(K_1 \cup K_2) = P_{\mathrm{t}}(K_1) \cup P_{\mathrm{t}}(K_2)$, 可得$P_{\mathrm{t}}(s) \in P_{\mathrm{t}}(K_1) \cup P_{\mathrm{t}}(K_2)$. 如果$P_{\mathrm{t}}(s) \in P_{\mathrm{t}}(K_1)$, 则$s \in P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K_1)$. 又由$s \in \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$可得

$$s \in P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K_1) \cap \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$$

成立. 故有$s \in K_1$, 即$s \in K_1 \cup K_2$成立. 如果$P_{\mathrm{t}}(s) \in P_{\mathrm{t}}(K_2)$, 则同理可得$s \in K_1$, 即有$s \in K_1 \cup K_2$. 再由$s$的任意性可知, $P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K_1 \cup K_2) \cap \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}}) \subseteq K_1 \cup K_2$成立. 而显然$K_1 \cup K_2 \subseteq P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K_1 \cup K_2) \cap \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}})$成立. 故有

$$P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K_1 \cup K_2) \cap \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}}) = K_1 \cup K_2.$$

同理可证, $P_{\mathrm{t}}^{-1}P_{\mathrm{t}}(K_1 \cap K_2) \cap \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}}) = K_1 \cap K_2$成立. 证毕.

由定理8易得如下结论.

注 7 设$CN(K)$为计时语言K的G_{t}–可控、正规闭的子语言集合, 显然, 其最大元存在, 可记为$\sup CN(K)$.

4.1 例 2 (Example 2)

给定计时离散事件系统(见注6), 如图2所示. 设$\Sigma_{\mathrm{c}} = \{a_1\}, \Sigma_{\mathrm{u}} = \{a_2, a_3\}, \Sigma_{\mathrm{ot}} = \{(a_1, [1, 3)), [a_2, [2, 5))\}, P_{\mathrm{t}} : \Sigma_{\mathrm{t}} \to \Sigma_{\mathrm{ot}}$为部分可观函数. 令

$$K = \overline{(a_1, [2, 3))(a_2, [2, 5))} + \overline{(a_3, [3, 7))^*(a_1, [2, 3))(a_2, [2, 5))},$$

则易验证K是G_{t}–可控、可观的闭语言. 由定理4的证明可构造如下监控器$sc = (f, I)$.

如果$s = \varepsilon$或$s = (a_3, [3, 7))^*$, 则

$$f(P_{\mathrm{t}}(s)) = \{a_2, a_3\} \cup \{a_1\} = \{a_1, a_2, a_3\}, I(P_{\mathrm{t}}(s), a_1) = [2, 3), I(P_{\mathrm{t}}(s), a_2) = [2, 5), I(P_{\mathrm{t}}(s), a_3) = [3, 7).$$

如果$s \in \mathrm{TL}(G_{\mathrm{t}}) \backslash \{\varepsilon, (a_3, [3, 7))^*\}$, 则

$$f(P_{\mathrm{t}}((s)) = \{a_2, a_3\}, I(P_{\mathrm{t}}(s), a_2) = [2, 5), I(P_{\mathrm{t}}(s), a_3) = [3, 7).$$

5 结论(Conclusions)

本文研究了带有连续发生时间的离散事件系统的监控综合问题. 通过在RW模型中加入连续时间变量信息, 提出计时语言的封闭性、可控性以及可观性概念, 并利用计时语言的这些概念, 分别提出了在完全可观与部分可观条件下计时监控器存在的充分必要条件.

参考文献(References):

[1] RAMADGE P J, WONHAM W M. Supervisory control of a class of discrete event processes[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1987, 25(1): 206 – 230.

[2] WONHAM W M, RAMADGE P J. On the supremal controllable sublanguage of a given language[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1987, 25(3): 637 – 659.

[3] BRANDIN B A, WONHAM W M. Supervisory control of timed discrete event systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(2): 329 – 342.

[4] LIN F, WONHAM W M. Supervisory control of timed discrete event systems under partial observation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(2): 558 – 562.

[5] HO T J. A new approach to synthesis problems in timed discrete event systems[J]. *International Journal of Control*, 2000, 73(6): 505 – 519.

[6] KHOUMSI A. Supervisory control of dense real-time discrete-event systems with partial observation[C] //*International Workshop on Discrete Event Systems WoDES'02*. Zaragoza: IEEE, 2002: 105 – 112.

[7] BRANDIN B A. The modelling and supervisory control of timed DES[C] //*International Workshop on Discrete Event Systems WoDES'98*. Cagliari: IEEE, 1998: 8 – 14.

[8] PARK S J, CHO K H, LIM J T. Supervisory control of real-time discrete event systems under bounded timed constraints[J]. *IEE Proceedings-Control Theory and Application*, 2004, 151(3): 347 – 352.

[9] PARK S J. Robust supervisory control of uncertain timed discrete event systems based on activity models and eligible time bounds[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2005, E88-A(3): 782 – 786.

[10] TAKAI S. Robust supervisory control of a class of timed discrete event systems under partial observation[J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 39(4): 267 – 273.

[11] TAKAI S. Maximally permissive robust supervisors for a class of specification languages[C] //*Proceedings of the IFAC Conference System Structure and Control*. Nantes, France: Pergamon, 1998, 2: 429 – 434.

[12] LIN F, WONHAM W M. On observability of discrete-event systems[J]. *Information Sciences*, 1998, 44(3): 173 – 198.

[13] LIN F, WONHAM W M. Decentralized supervisory control of discrete-event systems[J]. *Information Sciences*, 1988, 44(3): 199 – 224.

作者简介:

王 飞 (1977—), 男, 博士, 讲师, 研究方向为离散事件系统的监控理论, E-mail: feiw545@163.com;

罗继亮 (1977—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为Petri网控制, E-mail: jlluo@hqu.edu.cn.