

MIMO非仿射非线性系统的自适应模糊控制

贺乃宝^{1,2}, 高 倩², 姜长生¹, 龚成龙²

(1. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016; 2. 淮海工学院 电子工程学院, 江苏 连云港 222005)

摘要: 针对一类多输入多输出非仿射非线性系统, 设计了一种自适应模糊 H_∞ 控制方案, 该方案把自适应模糊控制和高增益观测器结合起来. 利用多变量的隐函数定理, 证明了非仿射系统控制器的存在性. 通过设计高增益观测器, 解决了系统的状态不可测量问题, 实现系统的输出反馈控制, 模糊自适应控制增强了系统在线逼近干扰及处理系统不确定的能力. 仿真结果表明了控制方案的有效性及其优越性.

关键词: 非仿射非线性系统; 高增益观测器; 自适应控制; H_∞ 跟踪

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive fuzzy control for MIMO non-affine nonlinear systems

HE Nai-bao^{1,2}, GAO Qian², JIANG Chang-sheng¹, GONG Cheng-long²

(1. College of Automatic Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China;

2. School of Electronic Engineering, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang Jiangsu 222005, China)

Abstract: For a class of multi-input multi-output(MIMO) non-affine nonlinear systems, an adaptive fuzzy H-infinity control scheme is proposed which combines the adaptive fuzzy control with the high gain observer. Based on the implicit function theory, the existence of an ideal non-affine nonlinear system controller, that can achieve control objectives, is firstly shown. A high gain observer is employed to obtain the unavailable states in measurement for constructing the output feedback controller. To achieve high precision, the adaptive fuzzy control scheme is designed for improving the approximation ability of the observer on-line. Finally, the simulation results are performed to demonstrate the superiority and the effectiveness of the proposed method.

Key words: non-affine nonlinear systems; high gain observer; adaptive control; H-infinity tracking

1 引言(Introduction)

近年来, 复杂非线性系统的控制设计问题引起各国学者的广泛关注, 在MIMO非线性系统方面的研究, 已经有了较多的理论结果^[1~5]. Xu等人利用自适应滑模控制和神经网络的方法实现了MIMO仿射非线性系统的鲁棒控制; Tong等人通过构造模糊观测器实现了一类MIMO非线性系统的输出反馈控制. 但是这些方法仅仅适用于仿射系统, 实际中像一些化学系统、飞行器控制系统等并不能用仿射型来描述, 因此, 非仿射型系统的控制问题一直是控制领域的难点.

目前有关非仿射的非线性系统的研究文献相对较少, 这是因为在非仿射的非线性系统中隐含控制输入, 相关研究需要较丰富的数学知识. 借助隐函数定理, 文[6]对状态可测的一类SISO非仿射非线性系统进行直接自适应状态反馈控制问题研究, 文[7]对

状态未知的非仿射非线性系统, 通过误差观测器实现了直接自适应控制. 但是目前的研究成果很少考虑外部扰动的影响以及多输入多输出系统.

在上述文献的基础上, 本文主要考虑一类MIMO非仿射非线性系统, 研究其自适应模糊控制问题. 首先对系统进行仿射形式的转换, 然后基于已有的仿射非线性系统自适应控制的结果^[8,9], 对系统进行自适应控制器设计. 当系统的状态不可测量时, 引入高增益观测器, 从而实现系统的输出反馈控制. 在理论证明的基础上, 给出仿真算例来说明所提出方法的可行性.

2 问题描述(Problem statement)

考虑一类MIMO非仿射非线性系统^[10]:

$$y^{(n)} = G(y, y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n-1)}, u), \quad (1)$$

其中: $y \in \mathbb{R}^p$ 为输出向量, $u \in \mathbb{R}^p$ 为控制向量, $y^{(i)}$ 是

y 的 i 阶导数($i = 1, 2, \dots, n-1$), 且 $G: \mathbb{R}^{p(n+1)} \rightarrow \mathbb{R}^p$ 是未知或部分未知的连续可导函数,

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] = [y \ y^{(1)} \ y^{(2)} \ \dots \ y^{(n-1)}] \in \mathbb{R}^{p \times n},$$

且 $x \in D_x$, D_x 为 $\mathbb{R}^n$ 中的一个凸集. 控制任务: 利用自适应模糊 H_∞ 控制的思想, 通过设计一个模糊逻辑控制器, 以及相应的自适应律, 对给定的抑制水平 $\rho > 0$, 实现 H_∞ 跟踪性能:

$$\int_0^T e^T Q e dt \leq e^T(0) P e(0) + \frac{1}{\eta} \tilde{\theta}^T(0) \tilde{\theta}(0) + \rho^2 \int_0^T w^T w dt.$$

式中: P 和 Q 为正定矩阵, $\tilde{\theta}$ 是模糊系统的参数估计误差, w 是表示系统的干扰信号, 它是由系统的最小逼近误差 w 和外部扰动 d 构成的, η 为正常数.

为了便于分析, 将原系统改写成如下状态空间的形式:

$$\dot{x} = Ax + BG(x, u). \quad (2)$$

其中:

$$G(xu) = [G_1(xu) \ G_2(xu) \ \dots \ G_p(xu)]^T, \\ A = \text{diag}\{A_1, \dots, A_p\}, B = \text{diag}\{B_1, \dots, B_p\}, \\ A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{l_i \times l_i}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{l_i \times 1}.$$

3 自适应控制器设计(Design of adaptive controller)

在设计控制器之前, 先给出隐函数定理:

定理 1 若

- 1) $G(x_1, x_2, \dots, x_n, y)$ 在以点 $P_0(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}, y^{(0)})$ 为内点的区域 $D \subset \mathbb{R}^n$ 上连续;
- 2) $G(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}, y^{(0)}) = 0$;
- 3) $G_{x_1}, G_{x_2}, \dots, G_{x_n}, G_y$ 在 D 内连续;
- 4) $G_y(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}, y^{(0)}) \neq 0$, 则在 P_0 点的某邻域内, 由方程组

$$G(x_1, x_2, \dots, x_n, y) = 0$$

能确定一组函数

$$y_i^{(0)} = f_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}),$$

它们定义在 $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ 点某邻域 Δ 内, 满足 $G_i(x_1, x_2, \dots, x_n; f_1, f_2, \dots, f_m) = 0$.

若系统的状态是完全可测的, 设计一个鲁棒模糊

自适应控制器 u_i 和可调参数 θ_i 的自适应律, 使得整个闭环系统稳定. 系统(2)可表示为

$$\dot{x} = Ax + B(\Delta(x, u) + u). \quad (3)$$

其中

$$\Delta(x, u) = G(x, u) - u, \quad (4)$$

令

$$u_i = u_{di} + u_{fi} + u_{hi}, \quad (5)$$

式中: u_{di} 的选取使得线性化系统趋于稳定, u_{fi} 用来逼近系统(3)中不确定项 $\Delta(x, u)$, u_{hi} 是 H_∞ 控制项, 用来克服逼近误差和外扰. 下面分别对这些控制项进行设计.

$u_{di} = y_{ri}^{(n_i)} + K_i^T e_i$, $K_i = [k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in_i}]$ 且满足 $s^{n_i} + k_{i1}s^{n_i-1} + \dots + k_{in_i}$ 为Hurwitz多项式这个条件. $u_{hi} = -\frac{1}{\lambda} B^T P e$ 为 H_∞ 补偿器, $P = P^T \geq 0$ 为下面Riccati方程的正定解:

$$PA_k + A_k^T P + Q - \left(\frac{2}{\lambda} - \frac{1}{\rho^2}\right) P B B^T P = 0, \quad (6)$$

其中:

$$A_k = \text{diag}\{A_{k1}, A_{k2}, \dots, A_{km}\}, \\ A_{ki} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_{i,n} & -k_{i,n-1} & \dots & \dots & -k_{i,1} \end{bmatrix}_{n \times n}.$$

u_{fi} 是设计的自适应模糊控制项, 本模糊系统采用单点模糊化、乘积推理和中心平均解模糊以及高斯隶属度函数. 根据隐函数定理, 用模糊逻辑控制器来逼近 $\Delta(x, u)$.

$$u_{fi} = \theta_i^T \xi_i(x, u), \quad (7)$$

其中 $\theta_i = [\theta_{i1} \ \theta_{i2} \ \dots \ \theta_{ip_i}]^T$ 是自适应参数, $\xi_i = [\xi_{i1} \ \xi_{i2} \ \dots \ \xi_{ip_i}]^T$ 是模糊系统的基函数, 根据模糊逻辑系统的万能逼近特性, 存在最优参数 θ^* , 使得逼近误差足够小.

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \mathbb{R}^m} [\sup_{x \in \mathbb{R}^n} |\theta^T \xi(x) - u_{fi}^*|]. \quad (8)$$

定理 2 对于非线性系统, 如果满足方程(2), 控制器采用式(5), 选取正定矩阵 P 和如下自适应律

$$\dot{\theta} = -\eta e^T P B \xi - \sigma \eta \|e\| \tilde{\theta}, \quad (9)$$

其中: 参数 η 是正的常数, P 为Riccati方程(6)的正定解, 则闭环系统实现 H_∞ 跟踪性能.

证 系统(2)可表示为

$$\dot{x}_i = Ax_i + B(G_i(x, u) - u_i + u_i), \quad (10)$$

将控制量代入系统方程, 得到误差方程

$$\dot{e}_i = A_{mi}e_i + B_i u_{hi} + B_i \tilde{\theta}_i^T \xi(\cdot) + B_i w_i. \quad (11)$$

选取Lyapunov函数 V ,

$$V = V_1 + \cdots + V_r, \\ V_i = \frac{1}{2} e_i^T P_i e_i + \frac{1}{2\eta} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i, \quad (12)$$

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{e}_i^T P_i e_i + \frac{1}{2} e_i^T P_i \dot{e}_i + \frac{1}{\eta} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \frac{1}{2} [e_i^T A_{m1}^T P_i e_i + u_{hi}^T B_i^T P_i e_i + \tilde{\theta}_i^T \xi_i B_i^T P_i e_i + \\ & w_i^T B_i^T P_i e_i + e_i^T P_i A_{mi} e_i + e_i^T P_i B_i u_{hi} + \\ & e_i^T P_i B_i \tilde{\theta}_i^T \xi_i + e_i^T P_i B_i w] + \frac{1}{\eta} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i = \\ & \frac{1}{2} e_i^T [A_{mi}^T P_i + P_i A_{mi} - \frac{2}{\lambda} P_i B_i B_i^T P] e_i + \\ & \frac{1}{2} [w_i e_i^T P_i B_i + B_i^T P_i e_i w_i] + \\ & \tilde{\theta}_i^T [e_i^T P_i B_i \xi_i + \frac{1}{\eta} \dot{\tilde{\theta}}_i], \end{aligned} \quad (14)$$

把式(9)代入得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\frac{1}{2\rho^2} e_i^T P_i B_i B_i^T P_i e_i + \frac{1}{2} [w e_i^T P_i B_i + \\ & B_i^T P_i e_i w] + \tilde{\theta}_i^T [-e_i^T P_i B_i \xi_i - \sigma \|e_i\| \tilde{\theta}_i + \\ & e_i^T P_i B_i \xi_i] - \frac{1}{2} e_i^T Q e_i = \\ & -\frac{1}{2} e_i^T Q e_i - \frac{1}{2\rho^2} e_i^T P_i B_i B_i^T P_i e_i - \\ & \sigma \|e_i\| \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2} [w e_i^T P_i B_i + B_i^T P_i e_i w] = \\ & -\frac{1}{2} (\frac{1}{\rho} B_i^T P_i e_i - \rho w)^T (\frac{1}{\rho} B_i^T P_i e_i - \rho w) - \\ & \frac{1}{2} e_i^T Q e_i - \sigma \|e_i\| \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2} \rho^2 w^T w \leq \\ & -\frac{1}{2} e_i^T Q e_i + \frac{1}{2} \rho^2 w^T w, \end{aligned} \quad (15)$$

对式(15)两边求积分得

$$V_i(T) - V_i(0) \leq -\frac{1}{2} \int_0^T e_i^T Q e_i dt + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T w^T w dt, \quad (16)$$

因为 $V_i(T) \geq 0$, 则式(16)可写为

$$\int_0^T e^T Q e dt \leq e^T(0) P e(0) + \frac{1}{\eta} \tilde{\theta}^T(0) \tilde{\theta}(0) + \rho^2 \int_0^T w^T w dt,$$

则系统满足 H_∞ 跟踪性能. 若系统状态不可测时, 要对控制器中所涉及的变量进行估计, 需要引入高增益观测器, 设计如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}}_{i,j} = \hat{e}_{i,j+1} + \frac{\alpha_{i,j}}{\varepsilon^j} (e_{i,1} - \hat{e}_{i,1}), \\ \dot{\hat{e}}_{n_i} = \frac{\alpha_{n_i}}{\varepsilon^{n_i}} (e_{i,1} - \hat{e}_{i,1}), \end{cases} \quad (17)$$

其中 ε 是设计较小正参数, 选定正 $\alpha_i > 0$, 使得

$$s^{n_i} + \alpha_1 s^{n_i-1} + \cdots + \alpha_{n_i-1} s + \alpha_{n_i} = 0$$

的所有根在左半平面内.

为了消除高增益观测器产生的峰值现象对系统的影响, 将控制律和调整律中与估计状态有关的项写为饱和函数的形式.

通过与定理2类似的推导, 可以得到MIMO系统中相似的结论.

定理 3 对于非线性系统(2), 如果采用控制器(5)和高增益观测器(17), 并且选取如下自适应律:

$$\dot{\theta} = -\eta e^T P B \xi - \sigma \eta \|e\| \tilde{\theta},$$

正定矩阵 P 满足下面的类Ricatti方程:

$$P A + A^T P + Q - \frac{2}{\lambda} P B B^T P + \frac{1}{\rho^2} P B B^T P = 0,$$

则闭环系统满足 H_∞ 控制性能:

$$\begin{aligned} \int_0^T e^T Q e dt & \leq e^T(0) P e(0) + \frac{1}{\eta} \tilde{\theta}^T(0) \tilde{\theta}(0) + \\ & \rho^2 \int_0^T w^T w dt + K T \varepsilon, \end{aligned} \quad (18)$$

K 为正常数.

4 数值仿真(Numerical simulations)

设多输入多输出非线性系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2^2 + x_3 + 3u_1 + u_2^2, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = x_1^2 + 3x_1 x_3 + u_1 + (1 + 0.5 \sin x_4) u_2^3, \\ y_1 = x_1, \\ y_2 = x_3, \end{cases}$$

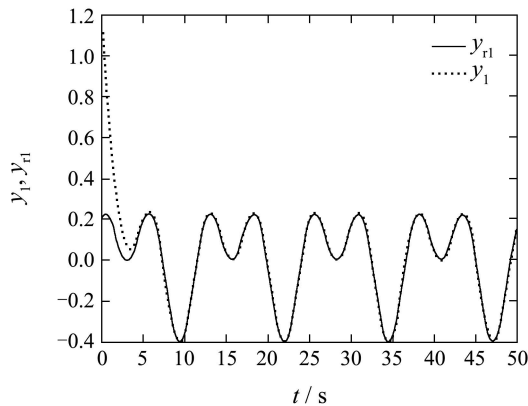
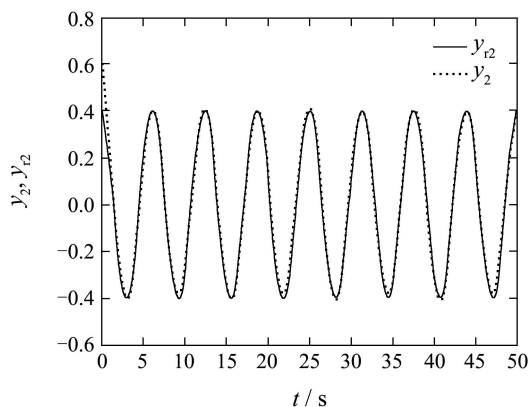
要求是使系统输出 y_1 和 y_2 分别跟踪期望信号 y_{r1} 和 y_{r2} :

$$\begin{aligned} y_{r1} &= 0.2 \sin(t + \frac{\pi}{2}) + 0.2 \sin(\frac{1}{2} t), \\ y_{r2} &= 0.4 \sin(t + \frac{\pi}{2}). \end{aligned}$$

仿真过程中参数分别为

$$\begin{aligned} K_1 &= K_2 = [10 \ 8], Q_i = \text{diag}\{10, 10\}, \\ r_i &= 0.02, i = 1, 2, \sigma = 10, \eta = 10, \\ \alpha_1 &= \alpha_2 = [1 \ 2], \varepsilon = 0.002. \end{aligned}$$

图1和图2是系统在受扰动情况下实际输出和期望输出的跟踪曲线, 从图中可以看出系统能较好地跟踪期望输出.

图1 y_1 跟踪曲线Fig. 1 The tracking curve of y_1 图2 y_2 跟踪曲线Fig. 2 The tracking curve of y_2

5 结论(Conclusion)

本文针对一类MIMO非仿射非线性系统,分别讨论了在系统状态可测和不可测量的情况下控制器的设计.仿真实验验证本方法能抑制不确定外部干扰给系统带来的影响,并能达到预期 H_∞ 跟踪性能.

参考文献(References):

- [1] BOULKROUNE A, TADJIN M, M'SAADD M, et al. Fuzzy adaptive controller for MIMO nonlinear systems with known and unknown control direction[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2010, 161(6): 797 – 820.
- [2] KANG Q, WANG W. Adaptive fuzzy controller design for a class of uncertain nonlinear MIMO systems [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2010, 59(4): 579 – 591.
- [3] TONG S C, CHEN B, WANG Y F. Fuzzy adaptive output feedback control for MIMO nonlinear systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 156(2): 285 – 299.
- [4] TONG S C, LI H X. Fuzzy adaptive sliding-mode control for MIMO nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2003, 11(3): 354 – 360.
- [5] ORDONEZ R, PASSINO K M. Stable multi-input multi-output adaptive fuzzy/neural control[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1999, 7(3): 345 – 353.
- [6] PARK J H, HUH S H, Kim S H, et al. Direct adaptive controller for nonlinear systems using self-structuring networks [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(2): 414 – 422.
- [7] LEU Y G, WANG W Y, LEE T T. Observer-based direct adaptive fuzzy-neural control for nonaffine nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(4): 853 – 861.
- [8] ZHOU J, WEN C, ZHANG Y. Adaptive output control of a class of time varying uncertain nonlinear systems[J]. *Nonlinear Dynamics and Systems Theory*, 2005, 5(5): 285 – 298.
- [9] WANG L X. Fuzzy Systems are Universal Approximators[C] // *Proceedings of the 1st IEEE Conference on Fuzzy Systems*. San Diego, California, USA: [s.l.], 1992: 1163 – 1170.
- [10] ZHANG W N, GE S Z S. A global implicit function theorem without initial point and its applications to control of non-affine systems of high dimensions[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2006, 313(2): 251 – 261.

作者简介:

贺乃宝 (1967—), 男, 博士, 副教授, 目前研究方向为非线性系统的鲁棒自适应控制, E-mail: naibaoh@126.com;

高倩 (1969—), 女, 讲师, 目前研究方向为计算机控制技术, E-mail: henaibao@126.com;

姜长生 (1942—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为模式识别与智能系统, 飞行控制系统和非线性系统鲁棒自适应控制, E-mail: jiangcs@nuaa.edu.cn;

龚成龙 (1964—), 男, 教授, 硕士生导师, 目前研究方向为检测技术与计算机控制, E-mail: gcl@hhit.edu.cn.